

Samenvatting

Dit eindwerk maakt deel uit van een project van de TCAD groep, divisie STDI, IMEC. Het behandelt de implementatie in de halfgeleidertechnologie van een nieuw concept voor het bouwen van een kwantumcomputer. Dit concept steunt op het gebruik van de kwantumtoestanden van een supergeleidende ring als eigentoestanden voor een q-bit. Communicatie tussen bits en communicatie met de buitenwereld gebeurt d.m.v. magnetische-fluxkoppeling, waarvoor ferromagnetische kernen voorzien worden door de ringen.

In een eerste fase van het project, waar dit proefschrift toe bijdraagt, wordt de realisatie van een enkele q-bit beoogd. Hiertoe wordt eerst bekeken welke oplossingen er bestaan binnen IMEC voor het maken van aluminium ringen met ferromagnetisch kernen. Dit wordt in verband gebracht met het ontwerp van maskers. Vervolgens worden de verschillende opties beoordeeld op basis van hun tegemoetkoming aan de specificaties (de werking als q-bit). Eén bepaalde procesoptie zal meer geschikt blijken dan alle andere. Uiteindelijk worden enkele specifieke ontwerpen voorgesteld op basis van de geschatte parameters van deze procesoptie. Deze ontwerpen voldoen aan de vooropgestelde specificaties. De gemaakte schattingen berusten op eerder pessimistische veronderstellingen, zodat besloten kan worden dat de implementatie van het concept haalbaar is.

In een tweede fase van het project zal o.a. het elektrische uitgangssignaal bekeken worden. In contrast met de eerste fase van het project, gaat het hier vooral om het AC-gedrag van de q-bit. In dit proefschrift wordt al een eerste stap gezet in deze richting. Op basis van ruwe benaderingen wordt een afschatting gemaakt van de orde grootte van het te verwachten uitgangssignaal.

Inhoudsopgave

Conventies en symbolen	5
Gebruikte conventies	5
Gebruikte symbolen	5
1 De kwantumcomputer	9
1.1 Draagvlak en ontwikkeling	9
1.2 Het concept kwantumcomputer	10
1.2.1 Klassiek	10
1.2.2 q-bit	10
1.2.3 Quantum computing	11
1.2.4 Decoherentie	13
2 De kwantumring als q-bit	15
2.1 Supergeleiding	16
2.1.1 Londonvergelijking	17
2.1.2 BCS theorie	18
2.1.3 Coherentielengte	20
2.2 Fluxkwantisatie en eigentoestanden	21
2.3 Fluxgeleiding	23
2.4 Verandering van eigentoestand	24
2.5 Meten d.m.v. M.F.M	25
2.6 Ringmatrix	26
2.7 Samenvatting van de doelstellingen	27
2.7.1 Beoogde specificaties	27
2.7.2 Belangrijke numerieke gegevens	28
2.7.3 Rol van dit eindwerk	28
3 Proceskenmerken	31
3.1 Beschrijving van de procesomgeving	32
3.1.1 Lithografie	32
3.1.2 Materialen	33
3.1.3 Etsen	34
3.1.4 Lift-off	34
3.1.5 Wat ontbreekt in III-V...	36

3.2	Mogelijke procesopties	36
3.2.1	Zonder galvanisatie	38
3.2.2	Met enkelvoudige galvanisatie	40
3.2.3	Met dubbelvoudige galvanisatie	41
3.3	Opmerkingen	41
4	Ontwerp van de maskers	45
4.1	De functionele structuren	45
4.1.1	De basisstructuur	45
4.1.2	De bindingsplatformpjes	48
4.1.3	Variëren van de basisstructuur	48
4.2	De alignment-structuren	50
4.2.1	Principe	50
4.2.2	Masker 1bis	50
4.2.3	Gevulde versus open tekens	51
4.3	Praktische overwegingen	52
5	Haalbaarheid van de specificaties	53
5.1	Dimensionering van de structuur	53
5.2	Supergeleidende ringen	56
5.3	Wederzijdse inductantie L_{kern}	57
5.3.1	Afleiding en gemaakte benaderingen	57
5.3.2	Berekening	58
5.4	Invoer: toevoegen van een fluxkwantum	61
5.4.1	Stroom in de supergeleidende ring	61
5.4.2	Zelfinductantie L van de ring	62
5.4.3	Benodigd ingangssignaal	63
5.4.4	Reduceren van B_{max}	64
5.4.5	Breedte van de ingangsring	66
5.5	Besluiten uit dit hoofdstuk	67
6	Het uitgangssignaal	69
6.1	Geïdealiseerd uitgangssignaal	69
6.1.1	Achtergrondsignaal	70
6.1.2	Stroomvariatie bij fluxverspringing	70
6.1.3	Golfvorm aan de uitgang	71
6.1.4	Energie in het signaal	72
6.2	Vertraging van de kern	73
6.2.1	Beschrijving van het fenomeen	73
6.2.2	Schatting van de signaalsterkte	74
6.3	Voorstellen tot opdrijven van de signaalsterkte	75

INHOUDSOPGAVE	3
7 Besluit	77
7.1 Resultaten	77
7.2 Suggesties voor verder onderzoek	78
Bibliografie	79

4

INHOUDSOPGAVE

Conventies en symbolen

Gebruikte conventies

- a scalaire grootheid
- \vec{a} vectoriële grootheid
- \hat{a} kwantummechanische operator
- $|a\rangle$ Dirac-notatie voor de kwantummechanische toestandsvector a ("ket")
- $\langle a|$ Dirac-notatie voor de duale toestandsvector a ("bra")

Lijst van gebruikte symbolen, in volgorde van voorkomen

- θ fase(verschuiving)
- T temperatuur
- \vec{M} magnetisatie
- \vec{H} magnetische veldsterkte
- \vec{B} magnetische inductie
- H_c kritieke magnetische veldsterkte
- B_c kritieke magnetische inductie
- μ_0 permeabiliteit van vacuüm $4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$
- \vec{E} elektrische veldsterkte
- ρ elektrische resistiviteit
- \vec{J} stroomdichtheid
- χ magnetische susceptibiliteit
- λ_L London-penetratiediepte
- $\vec{\nabla}$ gradiëntoperator $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$
- Δ Laplace-operator $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

H	Hamiltoniaan
m	effectieve massa van een Cooper-paar
\vec{p}	impuls
\vec{A}	magnetische vectorpotentiaal
\vec{v}	snelheid
\hbar	$2\pi\hbar$
ξ_0	coherentielengte
s	een geheel getal
Φ	magnetische flux
h	constante van Planck $60626 \cdot 10^{-34} Js$
Φ_0	fluxkwantum $\frac{h}{2e} = 2,0678 \cdot 10^{-15} Wb$
I	stroom
J_c	kritieke stroomdichtheid
F	minimum feature size
A	alignment-marge
w	magnetisch effectieve breedte van juk en been
d	minimale overlapping tussen juk en been
d_{ring}	binnendiameter van de kwantumring
w_{ring}	breedte van de kwantumring
h_{ring}	hoogte van de kwantumring
s_{ring}	kleinste afstand tussen twee ringen
l_{been}	lengte van een been
l_{juk}	lengte van een juk
w_{been}	breedte van een been
w_{juk}	breedte van een juk
d_{been}	dikte van een been
d_{juk}	dikte van een juk
s_{kern}	kleinste afstand tussen twee kernen
R_m	magnetische reluctantie van een kern
μ_r	relatieve permeabiliteit van NiFe permalloy
L_{kern}	inductantie van een kern (inverse van reluctantie)
L_{lek}	lekinductantie van de kwantumring
I_c	kritieke stroom
L	zelfinductantie van de kwantumring
Φ_{ring}	totale flux door de kwantumring
I_{super}	superstroom door de supergeleidende ring
Φ_{in}	ingevoerde flux door kwantumring
I_{in}	stroom door de ingangsring
Φ_{kern}	flux door de ingangskern

GEBRUIKTE SYMBOLEN

7

B_{max}	nodige maximale waarde van de magnetische inductie in een kern
Φ_{uit}	flux door de uitgangskern
U_a	spanning over de uitgangsring (toestand stabiel)
U_{sig}	spanning over de uitgangsring (verandering van toestand)
U_{piek}	piek van U_{sig}
T_{sig}	duur van U_{sig}
E_{sig}	$(U_a - U_{piek})^2 T_{sig}$
V	DC e.m.k. in de kwantumring
ν_{max}	maximale schakelfrequentie van een kern

CONVENTIES EN SYMBOLEN

Hoofdstuk 1

De kwantumcomputer

De kwantumcomputer behoort niet echt tot de meest alledaagse onderwerpen van discussie. Velen hebben er al van gehoord, slechts weinigen zijn uitverkoren deze materie volledig te doorgronden. Ik ben evenmin een specialist terzake. Toch ga ik een poging ondernemen dit vakgebied een beetje toe te lichten. Dit om toch zeker de achtergrond te schetsen waarop het werk van mijn eindwerk zich afspeelt.

Met één feit kunnen we misschien best beginnen: de kwantumcomputer bestaat nog niet. Aanvankelijk was het slechts een puur fundamenteel-wetenschappelijk idee, dat interessante stof tot nadenken opleverde voor menig wetenschapper. De vraag of deze virtuele machine ooit echt zou kunnen bestaan was toen nog niet aan de orde. Nieuwe ontwikkelingen deden zich echter voor en heden ten dage hopen vele mensen op het verwezenlijken van deze machine.

1.1 Draagvlak en ontwikkeling

Men moet zich bewust zijn van de twee verschillende disciplines die bestaan binnen het domein van "quantum computing". Een eerste, en tevens de oudste, behelst het schrijven van algoritmes voor een kwantumcomputer. Het was de wiskundige Peter Shor die er in 1994 als eerste in slaagde een bruikbaar algoritme te schrijven voor een hypothetische kwantumcomputer. Dit betekende een doorbraak voor de wereld van quantum computing, daar nu bewezen was dat een kwantumcomputer, mocht hij ooit bestaan, ook werkelijk berekeningen zou kunnen uitvoeren. Het mag duidelijk zijn dat dergelijke algoritmes niet voor de hand liggen. Shor won in augustus 1998 de Nivanlinnaprijs voor theoretische informatica.

Het algoritme dat Shor schreef, kan een willekeurig groot getal ontbinden in priemfactoren in een eindige tijdsduur. Voor een klassieke computer is er maar één manier om dit probleem aan te pakken: gewoon alle getallen proberen, te beginnen bij twee. Voor een getal van pakweg 120 decimale cijfers is de rekentijd op huidige computers van dezelfde orde grootte als de leeftijd van

het heelal [1]. Het behoeft dus weinig uitleg dat het werkelijk worden van de kwantumcomputer een niet te overziene impact zou hebben op deze door en door geïnformatiseerde wereld.

Dit gegeven, deze mogelijkheid tot toepassen, wekte zeer veel interesse, ook bij mensen met niet zo'n passie voor wetenschap. Dit heeft voor extra motivatie (en financiële middelen) gezorgd voor het opstarten van projecten waarin geprobeerd wordt een kwantumcomputer te bouwen. Dit brengt ons tot de tweede discipline, degene ook waar het project te IMEC (groep TCAD) toe behoort. Op TCAD probeert men een kwantumcomputer te bouwen op basis van supergeleidende, aluminium ringen. Dikwijls stoten dit soort projecten op onoverkomelijke hindernissen in hun tocht naar de ultieme kwantumcomputer. Het meest opzienbarende dat ooit verwezenlijkt werd in deze discipline, is het ontbinden van het getal 15 in 3 en 5. Hiertoe werden de atomaire spintoestanden van bepaalde vloeistofmoleculen gebruikt. Ontbinden in priemfactoren is een typisch kwantumcomputer-algoritme, maar toch betastten ze reeds bij 15 de grenzen van hun implementatie [2].

1.2 Het concept kwantumcomputer

1.2.1 Klassiek

In vergelijking met zijn natuurlijke geestelijke vader, de kwantummechanica, is de idee van een kwantumcomputer eigenlijk vrij recent. Deze is ontstaan uit het besef dat, als digitale IC's steeds kleiner worden, de transistoren uiteindelijk uit groepjes van individuele atomen gaan bestaan. De wetten van het bulkmateriaal, uit de vaste-stoffysica, gelden dan niet meer: men zal zulk een atomaire systeem met rechtstreekse kwantummechanische berekeningen te lijf moeten gaan.

Dit hoeft echter niet noodzakelijk te betekenen dat deze componenten anders zouden gaan functioneren: men kan evengoed een klassieke computer bouwen op zulke atomaire verschijnselen. Men mag zich dus niet in verwarring laten brengen: er gebeurt op dit moment ook veel onderzoek naar zogeheten "kwantumtransistoren" (transistoren die werken met discrete ladingspakketjes) en transistoren bestaande uit één enkele molecule. Hier komt inderdaad heel wat kwantummechanica bij kijken, maar de werking van deze systemen berust nog altijd op het concept van de klassieke computer: iedere bit is nog steeds een klassieke bit, en heeft dus een welbepaalde waarde, nl. 1 of 0.

1.2.2 q-bit

De kwantumcomputer, waarover het hier gaat, breekt met deze klassieke interpretatie. Hij steunt op één van de basisprincipes van de kwantummechanica: in ieder systeem wordt een bepaalde grootte (positie, snelheid, energie,...)

1.2. HET CONCEPT KWANTUMCOMPUTER

11

gekaracteriseerd door een bepaalde operator en de eigenwaarden van deze operator zijn de enige mogelijke waarden die kunnen resulteren uit een meting van die grootte. Onmiddellijk na zo een meting bevindt dat systeem zich in de overeenkomstige eigentoestand. Dit betekent echter niet dat ze voor de meting ook al in die eigentoestand verkeerde, of dat ze in die eigentoestand zal blijven na de meting. Toestanden kunnen evolueren in de tijd door interactie met andere systemen of door storingen uit de buitenwereld. In beide gevallen worden ze volledig beschreven door de welbekende vergelijking van Schrödinger.

In het licht van deze beschouwingen is een kwantumbit, of *q-bit*, niet langer een klassieke, deterministisch bepaalde informatiedrager. De mogelijke waarden voor zo een q-bit, 1 of 0, zijn de eigenwaarden van de twee eigentoestanden $|0\rangle$ en $|1\rangle$ van de bit. Tijdens het rekenen bevindt de kwantumbit zich niet noodzakelijk in zulke eigentoestand, maar in een superpositie van de twee:

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \quad (1.1)$$

met $|0\rangle$ en $|1\rangle$ genormeerde toestandsvectoren en a en b complexe getallen die voldoen aan de normeringsvoorwaarde:

$$|a|^2 + |b|^2 = 1 \quad (1.2)$$

De meting, of de uitlezing van een bit houdt nu het volgende in: de bit interageert met het meettoestel en dit brengt haar toestand naar $|0\rangle$ en we lezen een 0 uit, of het brengt haar toestand naar $|1\rangle$ en we lezen een 1 uit. De kans om $|0\rangle$ uit te lezen is gelijk aan $|a|^2$ en die om $|1\rangle$ uit te lezen is gelijk aan $|b|^2$. In beide gevallen hebben we alle informatie vernietigd die in de bit aanwezig was, nl. de verhouding

$$\frac{a}{b} = \frac{|a|}{|b|} e^{2\pi i \theta} \quad (1.3)$$

Zoals duidelijk blijkt uit bovenstaande formule, zijn het niet alleen de amplitudes van a en b die van belang zijn, maar ook hun onderlinge faseverschuiving. Men voelt al snel aan dat het uitlezen van alle informatie die in een q-bit vervat zit, niet zo eenvoudig is. Hoe dit precies moet gebeuren, is een onderdeel van het algoritme zelf. Alleszins kunnen we al inzien dat we dezelfde berekening verschillende malen zullen moeten doorlopen en statistieken zullen moeten opstellen van de uitgelezen waarden. Een heel eenvoudig geval zou bijvoorbeeld zijn als we enkel de amplitudes $|a|$ en $|b|$ willen kennen: het volstaat dan het aantal keer 1 en het aantal keer 0 te tellen en de berekening te blijven uitvoeren tot er een statistische convergentie optreedt.

1.2.3 Quantum computing

Men zou geneigd zijn nu te denken dat het volstaat een kwantumbit te kunnen maken: als we die hebben, maken we er gewoon nog een paar, en we hebben

een kwantumcomputer. Dit is misschien wel zo voor een klassieke computer, maar daarom nog niet voor een kwantumcomputer. In een kwantumcomputer, zijn de bits geen onafhankelijke systemen, maar zijn ze gekoppeld aan elkaar (dit is de zogenaamde "verstrengeling"), ze communiceren. Als we één bit manipuleren, zal dit ook zijn effect hebben op de andere bits. Een concreet gevolg is bijvoorbeeld dat we steeds een volledige bitstring uitlezen. We kunnen immers niet één bit apart evalueren, daar we dan de gehele verstrengeling verstoord hebben. We spreken niet langer van de toestand van een bit, maar van de toestand van het *gehele* systeem. Nemen we als voorbeeld een systeem van twee bits, dan kunnen we de Hilbertruimte¹ voor dit systeem opbouwen uit $|0, 0\rangle$, $|0, 1\rangle$, $|1, 0\rangle$ en $|1, 1\rangle$ met $|x, y\rangle \equiv |x\rangle|y\rangle$:

$$|\psi\rangle = a|0, 0\rangle + b|0, 1\rangle + c|1, 0\rangle + d|1, 1\rangle \quad (1.4)$$

met $|0, 0\rangle$, $|0, 1\rangle$, $|1, 0\rangle$ en $|1, 1\rangle$ genormeerde toestandsvectoren en a , b , c en d complexe getallen die voldoen aan de normeringsvoorwaarde:

$$|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1 \quad (1.5)$$

Analoog aan het geval van één bit, is de kans om bijvoorbeeld 01 uit te lezen gelijk aan $|b|^2$. Dit uitlezen van de bitstring komt dan weer overeen met het verspringen van de toestand van het systeem in $|0, 1\rangle$. Algemeen, voor een reeks van n bits, is de toestand van het totale systeem van de vorm:

$$|\psi\rangle = \sum_{x=00\dots0}^{11\dots1} c_x |x\rangle \quad (1.6)$$

met $|x\rangle$ genormeerde toestandsvectoren en c_x complexe getallen die voldoen aan de normeringsvoorwaarde:

$$\sum_{x=00\dots0}^{11\dots1} |c_x|^2 = 1 \quad (1.7)$$

Deze verstrengeling vormt een fundamenteel onderdeel van het werkingsprincipe van de kwantumcomputer.

Berekeningen met een kwantumcomputer komen neer op interferentieverschijnselen tussen verschillende bitstromen. Men kan een ingevoerde bitreeks laten interfereren met een andere invoer, of met een bitreeks uit een ander stuk van de computer. Men kan die interferenties ook bijsturen door bepaalde faseverschuivingen op bepaalde bitstrings aan te leggen. Uitzoeken hoe dit allemaal precies moet gebeuren is wederom het werk van de algoritmeschrijver.

¹Hilbertruimte: de vectorruimte die alle kwantumtoestanden van een gegeven systeem bevat. De eigentoestanden van een kwantummechanische operator, vormen steeds een basis die de Hilbertruimte volledig opspant.

1.2. HET CONCEPT KWANTUMCOMPUTER

13

1.2.4 Decoherentie

Een belangrijk probleem bij het realiseren van een kwantumcomputer, is het probleem van "decoherentie". Dit slaat op het verloren gaan van de verstrengeling van de bits. Oorzaak hiervan zijn storingen, van buitenaf, of inherent aanwezig in het systeem. Het is belangrijk dat de sterkte van de koppeling tussen de bits sterk genoeg is om met deze storingen om te kunnen. Bij het samenbrengen van een groot aantal bits vormt dit meestal een onoverkomelijk probleem.

Maar ook bij een goede koppeling moet men steeds rekening houden met storingen, zelfs als het systeem perfect afgeschermd is van de buitenwereld. Het is immers een bekende eigenschap van de natuur, dat een opgelegde orde meestal niet erg stabiel is. Macroscopisch hangt dit samen met het begrip entropie. Op atomair niveau hangt dit samen met organisatieprincipes. Laten we om dit te verduidelijken als voorbeeld onze implementatie in de vaste stof bekijken. Kwantumtoestanden zullen steeds een bepaalde energie-inhoud hebben, bijvoorbeeld enkele geëxciteerde elektronen. Nu is het zo dat we, zelfs bij het absolute nulpunt, niet kunnen weten hoelang die energie in die vorm blijft bestaan. Er bestaat immers altijd een eindige kans dat het elektron zijn energie dissipeert in het rooster, in de vorm een fonon, of naar de buitenwereld, in de vorm van een foton. Dit soort "vrije" energie heeft dan weer een eindige kans om elders in het systeem opgenomen te worden. Dit zijn ongewenste effecten die niet uit te sluiten zijn.

Als deze effecten klein genoeg blijven, in vergelijking met de gewenste koppeling tussen de bits, kan met behulp van een speciale foutrekening dit euvel verholpen worden. Ook dit vormt een onderdeel van het werk van de algoritmeschrijver.

HOOFDSTUK 1. DE KWANTUMCOMPUTER

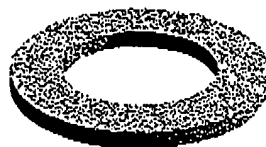
Hoofdstuk 2

De kwantumring als q-bit

In dit hoofdstuk wordt ingegaan op een nieuw concept voor het bouwen van een kwantumcomputer: kwantumringen. Dit is een project van de TCAD groep (divisie STDI).

Een vrijstaande, gesloten, supergeleidende aluminium ring vormt een *kwantumring* (figuur 2.1). Voor het verwezenlijken van deze structuren, wordt beroep gedaan op de precisie en zuiverheid van de halfgeleidertechnologie.

Dit hoofdstuk begint met een algemene uiteenzetting over het fenomeen supergeleiding. In een volgende paragraaf wordt op afdoende wijze aangetoond hoe supergeleiding aanleiding kan geven tot kwantisatie van de flux door een gesloten ring. Belangrijk is hoe deze supergeleidende ring dienst kan doen als kwantumbit. Vervolgens wordt het probleem van communicatie met de buitenwereld behandeld, alsook de communicatie tussen verschillende bits onderling, noodzakelijk voor het verwezenlijken van de uiteindelijke kwantumcomputer. De verandering van eigentoestand, en de nodige apparatuur voor het meten hiervan (M.F.M.) worden kort beschreven. Tenslotte wordt een overzicht gegeven van de vereisten waaraan de te realiseren structuur moet voldoen. Alle relevante besluiten en numerieke gegevens uit dit hoofdstuk zullen worden samengevat als basis voor de volgende hoofdstukken. De rol van dit eindwerk in dit alles zal ook nader toegelicht worden.



Figuur 2.1: een kwantumring

2.1 Supergeleiding

Als je aan een doorsnee wetenschappelijk geschoolde medemens zou vragen wat de term supergeleiding betekent, zal die je waarschijnlijk antwoorden dat het hier gaat om materialen die, als ze tot beneden een kritieke temperatuur gekoeld worden, elektrische stromen kunnen voeren die geen weerstand ondervinden. Hij zal de ideale geleider beschrijven, nl. een materiaal met een elektrische weerstand gelijk aan nul. In één ding heeft hij gelijk: de stroom in een supergeleider ondervindt inderdaad geen weerstand. Maar een supergeleider gelijk stellen aan de perfecte geleider is niet correct, er is meer aan de hand.

Uit experimenten blijkt dat in het inwendige van een supergeleidende structuur geen magnetisch veld bestaat. Als er een uitwendig aangelegd magnetisch veld aanwezig was in het materiaal, dan wordt dit bij overgang naar de supergeleidende toestand naar buiten gestoten. Dit perfecte diamagnetisme is inherent aanwezig bij supergeleiding, en wordt het Meissnereffect genoemd.

Het compenseren van uitwendig aangelegde magnetische velden, kunnen we beschrijven door magnetisatievectoren¹ \vec{M} in het materiaal, die zich tegen het aangelegde veld in oriënteren. In deze configuratie zal de inwendige energie toenemen bij stijgende versterkten volgens $dW = -\vec{M} d\vec{H}$, met W de uitwendige arbeid op het systeem. Nu voorspelt de thermodynamica dat een toestand maar stabiel is als haar vrije energie lager is dan die van andere mogelijke toestanden. Het is dan ook niet verwonderlijk dat bij een bepaalde kritieke veldsterkte, de supergeleidende toestand vernietigd wordt en de elektronen zich terug naar hun normale configuratie begeven. Er is dus niet alleen een kritieke temperatuur T_c , maar ook een kritieke magnetische veldsterkte die bepaalt of een materiaal zich al dan niet supergeleidend zal gedragen. Beide hangen samen: bij lagere temperaturen, zal de maximum toegelaten veldsterkte H_c hoger zijn. Bij $T = T_c$ is $H_c = 0$.

Er bestaat ook een onderscheid tussen type I en type II supergeleiders. Een type I supergeleider heeft slechts één kritieke H_c , een type II supergeleider heeft twee kritieke grenswaarden $H_{c1} < H_{c2}$, tussen dewelke ze zich in de zogenaamde *vortextoestand* bevindt, wat een soort overgangstoestand is. Aluminium is een type I supergeleider, en heeft een kritieke overgangstemperatuur van ongeveer 1.23 K en wel beneden deze temperatuur, een kritieke magnetische inductie $B_c = \mu_0 H_c$ van ongeveer 10 mT.

Dit alles in beschouwing genomen zou men op het eerste zicht kunnen stellen dat we supergeleiding fenomenologisch kunnen beschrijven door in de wet van Ohm $\vec{E} = \rho \vec{J}$, de resistiviteit ρ gelijk aan nul te stellen, en in de vergelijking $\vec{M} = \chi \vec{H}$, de susceptibiliteit χ gelijk aan -1 te stellen². Hiertegen zijn

¹We doelen hier niet op het in rekening brengen van atomaire dipolen, die meestal voorgesteld worden door het vectorveld \vec{M} . Van waar deze \vec{M} hier fysisch afkomstig is, wordt niet beschouwd. Hij dient hier enkel als mathematische beschrijving

²Als we de magnetische susceptibiliteit χ gelijk aan -1 stellen, zal het resulterend veld

2.1. SUPERGELEIDING

17

echter enkele fundamentele bezwaren. De wet van Ohm bijvoorbeeld is enkel toepasbaar op de stationaire toestand, en zegt niets over het effect dat een tijdelijk elektrisch veld kan hebben op de stroomdichtheid. Ook de stelling dat het \vec{B} -veld overal nul zou zijn, is niet helemaal correct: bij experimenten met supergeleidende dunne films (10 nm) werd wel een penetratie van het veld vastgesteld. Ook voor bulksupergeleiders is er net onder het oppervlak een overgangsgebied van het uitwendige veld naar het nulveld binnenin. Verder volgt er uit de aanname $\chi = -1$ geen enkel fysisch inzicht waarom dit zo is.

2.1.1 Londonvergelijking

Om al deze redenen, gaan we de zaken anders aanpakken. We laten de wet van Ohm vallen, alsook de beschrijving van diamagnetisme door de magnetisatievectoren \vec{M} . In plaats daarvan postuleren we volgend alternatief, als poging tot mathematische beschrijving:

$$\vec{\nabla} \times \vec{J} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \vec{B} \quad (2.1)$$

Dit is de Londonvergelijking [3]. We tonen nu aan hoe deze leidt tot het Meissnereffect en het begrip "penetratiediepte". Deze vergelijking zal ons ook in staat stellen meer inzicht te krijgen in wat er echt gebeurt binnenin een supergeleider. De wetten van Maxwell blijven onaangetast. In een magneto-statische situatie geldt daarom:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (2.2)$$

Als we de rotor nemen van beide leden, en we brengen $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ in rekening, verkrijgen we:

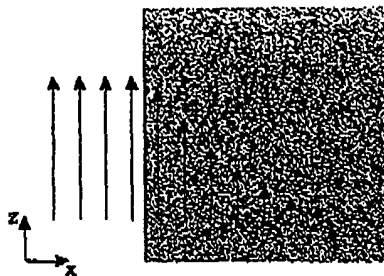
$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{J} \quad (2.3)$$

Dit combineren we met (2.1) en we verkrijgen:

$$\Delta \vec{B} = \frac{\vec{B}}{\lambda_L^2} \quad (2.4)$$

Als we deze vergelijking nader bestuderen, zien we dat een uniform (over de hele ruimte constant) \vec{B} -veld er geen oplossing van is, tenzij het gelijk is aan nul. De enige mogelijke veldverdeling die toegestaan is door deze vergelijking, wordt exponentieel gedempt als we dieper de geleider binnengaan. Met een voorbeeld kunnen we dit beter inzien: we beschouwen de halfruimte $x < 0$ als omgeving en de halfruimte $x > 0$ als supergeleider. Langs de z -as leggen we een uniform uitwendig veld B_0 aan voor $x < 0$. We lossen nu vergelijking (2.4) op

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \text{ gelijk worden aan nul.}$$



Figuur 2.2: Het Meissnereffect in een supergeleidend materiaal

voor $x > 0$. Dit reduceert zich tot een enkele vergelijking voor de z -component van het magnetisch veld:

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \frac{B_z}{\lambda_L^2} \quad (2.5)$$

met randvoorwaarde:

$$B_z = B_0 \quad \text{voor} \quad x = 0$$

Dit heeft als oplossing (figuur 2.2):

$$B_z(x) = B_0 e^{-x/\lambda_L} \quad (2.6)$$

Dit resultaat is niets anders dan het Meissnereffect in werking. Dit is ook wat er gebeurt in meer reële gevallen: het magnetisch veld dooft exponentieel uit binnenin de supergeleider. Het perfecte diamagnetisme binnenin een supergeleider is dus een gevolg van een zeer bijzondere stroomverdeling, beschreven door de Londonvergelijking. Ze heeft niets te maken met atomaire dipolen, verantwoordelijk voor meer klassieke magnetische fenomenen.

Verder kunnen we opmerken dat als het magnetische veld nul is binnenin de geleider, ook de stroomdichtheid gelijk zal zijn aan nul (volgens Maxwellvergelijking (2.2)). Dit betekent dus dat superstromen steeds aan het oppervlak vloeien, en nooit binnenin het materiaal. Zij stromen op zo een manier, dat ze meer naar binnen toe het magnetisch veld exponentieel uitdoven, tot het uiteindelijk verwaarloosbaar wordt.

We zien ook dat λ_L , de *London-penetratiediepte*, een maat is voor de penetratie van het magnetisch veld. Voor Al is ze ongeveer gelijk aan 16 nm bij 0 K.

2.1.2 BCS theorie

De basis voor een kwantum-theoretische behandeling van supergeleiding werd gelegd door Bardeen, Cooper en Schrieffer in 1957 [4]. Zij toonden aan dat, beneden een kritieke overgangstemperatuur, elektronen zich groeperen in paren in de reciproke ruimte. Als de toestand met golfvector \vec{k} en spin op bezet is, dan

2.1. SUPERGELEIDING

19

is ook de toestand met golfvector $-\vec{k}$ en spin neer bezet. Dit zijn de zogenaamde Cooper-paren. Daar deze paren een heeltallige spin 0 hebben, kunnen ze als bosonen beschouwd worden. Dit impliceert o.a. dat elektronparen kunnen "condenseren" in eenzelfde toestand.

Dit groeperen in paren geeft aanleiding tot een verlaging van de inwendige energie. Het verschil in energie tussen de normale toestand van een elektron en de gepaarde toestand kan gesuperponeerd worden op de bandenstructuur van het rooster. Dit energieverval vormt een soort van "energygap" waarover elektronen geëxciteerd kunnen worden. Bij 0 K zullen alle elektronen in de conductieband gegroepeerd zijn in paren, en zich dus beneden de gap bevinden. Bij temperaturen boven 0 K zullen paren opgebroken worden, en zullen dus ook toestanden boven de gap bezet zijn.

Het zijn enkel de elektronparen die bijdragen tot de superstroom. Bij temperaturen boven 0 K, zullen de gewone "retelektronen" een klassieke stroom kunnen voeren en dus warmte dissiperen. Deze elektronen kunnen meestal wel verwaarloosd worden in hun bijdrage tot de stroomdichtheid, daar ze door de grote elektrische weerstand die ze vertegenwoordigen, kortgesloten worden door de Cooper-paren.

De Londonvergelijking (2.1) volgt op formele wijze uit de BCS theorie. Als we de zaken sterk vereenvoudigen kunnen we dit als volgt aantonen. We beschouwen een bosongas (onze elektronparen) met een groot aantal bosonen in hetzelfde orbitaal (vergelijkbaar met bijvoorbeeld een bundel fotonen met alle dezelfde golfengte). De waarschijnlijkheidsamplitude voor dit gas kunnen we dan op een klassieke manier behandelen, daar we te maken hebben met identieke, op alle vlakken gelijkwaardige deeltjes. We stellen deze waarschijnlijkheidsamplitude gelijk aan iets dat we macroscopisch kunnen waarnemen: de concentratie aan elektronparen. Deze redenering gaat niet op voor een gas van ongepaarde elektronen, daar dit fermionen zijn, die noodzakelijk allen in een andere toestand verkeren als gevolg van het Pauli-principe. We nemen aan dat de elektronpaarconcentratie $n = \psi^* \psi$ constant is over de ruimte. Bij het absolute nulpunt van temperatuur, is deze n gelijk aan de helft van de concentratie aan elektronen in de conductieband. We kunnen dan schrijven:

$$\psi(\vec{r}) = n^{\frac{1}{2}} e^{i\theta(\vec{r})} \quad (2.7)$$

De klassieke mechanica leert ons dat de hamiltoniaan voor een deeltje met lading $-q$ en massa m in een electromagnetisch veld, en in afwezigheid van een conservatieve elektrische potentiaal, gelijk is aan:

$$H(\vec{p}, \vec{r}) = \frac{1}{2m} (\vec{p} + q\vec{A})^2 \quad (2.8)$$

Als we de Hamiltonvergelijking

$$\frac{\partial H}{\partial \vec{p}} = \vec{v} \quad (2.9)$$

gebruiken, kunnen we de snelheid \vec{v} hieruit afleiden:

$$\vec{v} = \frac{1}{m} (\vec{p} + q\vec{A}) \quad (2.10)$$

Hierin is de impuls \vec{p} een "veralgemeende impuls". Het is deze die we in de kwantummechanica steeds door $\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}$ vervangen als we werken in de \vec{r} -ruimte. De kwantummechanische versie verkrijgen we dan door de grootheden impuls en snelheid door hun overeenkomstige operatoren te vervangen:

$$\vec{v} = \frac{1}{m} \left(\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla} + q\vec{A} \right) \quad (2.11)$$

Een cursus kwantummechanica leert ons dat de stroomdichtheid gegeven wordt door

$$\vec{J} = \frac{-q}{2} (\psi^* \vec{v} \psi + \psi \vec{v}^* \psi^*) \quad (2.12)$$

Dit kunnen we uitwerken tot:

$$\vec{J} = \frac{-nq}{m} (\hbar \vec{\nabla} \psi + q\vec{A} \psi) \quad (2.13)$$

Als we nu hiervan de rotor nemen en we herinneren ons dat de rotor van een gradiëntveld steeds nul is, verkrijgen we uiteindelijk de Londonvergelijking

$$\vec{\nabla} \times \vec{J} = -\frac{nq^2}{m} \vec{B} \quad (2.14)$$

Hierin is $q = 2e$ met $-e$ de lading van een elektron, en m is de effectieve massa van een Cooper-paar. Als we dit vergelijken met (2.1), kunnen we hieruit de penetratiediepte λ_L extraheren:

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{nq^2\mu_0}} \quad (2.15)$$

Hiermee kan λ_L berekend worden. Voor aluminium bijvoorbeeld verkrijgen we 16 nm.

2.1.3 Coherentiellengte

Nu we het gehad hebben over de London-penetratiediepte, kunnen we niet anders dan ook die andere belangrijke parameter aan te halen die een supergeleidend materiaal karakteriseert.

De Londonvergelijking relateert de lokale grootheden stroomdichtheid en magnetische vectorpotentiaal aan elkaar. Als er echter verschillende fasen aanwezig zijn in hetzelfde rooster, één supergeleidend en de andere niet, dan volstaat de Londonvergelijking niet meer om het probleem op te lossen. In dat geval zegt de coherentiellengte ons iets over de ruimtelijke variatie van \vec{A} en dus

2.2. FLUXKWANTISATIE EN EIGENTOESTANDEN

21

van \vec{J} in het overgangsgebied. Een grote coherentielengt duidt op een relatief groot overgangsgebied, terwijl een kleine coherentielengte duidt op een klein overgangsgebied.

De coherentielengte verscheen voor het eerst in de fenomenologische vergelijkingen van Landau en Ginzburg. Deze vergelijkingen stellen ons in staat om de golffunctie van de Cooper-paren in een bepaald supergeleidend rooster te berekenen, weliswaar op vereenvoudigde kwantummechanische wijze. In deze context duidt het de afstand aan waarover de golffunctie niet drastisch kan veranderen. Een grote coherentielengte wijst dus op een grote ruimtelijke "samenhang" van de golffunctie van het systeem. Dit heeft ook te maken met de stabiliteit van de Cooper-paren. Het is immers niet zo dat zodra een Cooper-paar gevormd is, dat deze elektronen altijd gepaard zullen blijven. Eigenlijk bestaat er een dynamisch evenwicht tussen generatie en annihilatie van Cooper-paren. Een grote coherentielengte wordt veroorzaakt door Cooper-paren met een lange levensduur.

Samenvattend: de coherentielengte is een maat voor de ruimtelijke samenhang van de supergeleidende toestand. Deze samenhang zorgt ervoor dat er steeds een minimum afstand nodig is tussen de twee fazen (de supergeleidende en de normale), als deze langs elkaar willen bestaan. Als deze ruimte niet voor handen is, zal er bijgevolg ook maar één van de fazen kunnen bestaan. De coherentielengte ξ_0 van aluminium bedraagt ongeveer $1.6 \mu\text{m}$.

2.2 Fluxkwantisatie en eigentoestanden van de supergeleidende ring

We beschouwen nu een gesloten, supergeleidende ring, zoals in figuur 2.1. De ring is voldoende dik, zodat binnenin het magnetisch veld tot nul uitdooft. Daar is dus zowel \vec{B} als \vec{J} gelijk aan nul. Om een stroomdichtheid (2.13) gelijk aan nul te hebben, moet gelden dat

$$\hbar \vec{\nabla} \theta = -q \vec{A} \quad (2.16)$$

We nemen nu volgende lijnintegraal, langs een gesloten contour C in de ring:

$$\oint_C \vec{\nabla} \theta \cdot d\vec{l} = \theta_2 - \theta_1 \quad (2.17)$$

Dit is de faseverandering als we één keer de ring rondgaan³. Daar de golffunctie ψ een éénduidige grootheid is, kan ψ maar één waarde hebben in ieder punt,

³Voor de kritische lezer: de functie $\theta(\vec{r})$ is niet noodzakelijk een éénwaardige functie van \vec{r} . Vandaar dat deze lijnintegraal niet noodzakelijk nul hoeft te zijn, maar wel een veelvoud van 2π , wegens de eis van éénduidigheid van de golffunctie van een deeltje met heeltallige spin.

vandaar dat

$$\theta_2 - \theta_1 = 2\pi s, \quad (2.18)$$

met s een geheel getal. Als we nu dezelfde integratie uitvoeren voor de vectorpotentiaal in het rechterlid van (2.16), en we gebruiken Stokes' theorema, verkrijgen we

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_O (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{\sigma} = \int_O \vec{B} \cdot d\vec{\sigma} = \Phi \quad (2.19)$$

met O een willekeurig oppervlak omsloten door C en Φ de flux door de ring. Als we nu (2.18) en (2.19) gebruiken om in (2.16) in te vullen dan volgt dat

$$\Phi = s \left(\frac{2\pi\hbar}{q} \right) \quad (2.20)$$

De flux door de ring is dus gekwantiseerd, en is een geheel veelvoud van het fluxkwantum Φ_0 . Experimenten bevestigen dat q gelijk is aan twee maal de elementaire lading e zodat

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,0678 \cdot 10^{-15} \text{ Wb} \quad (2.21)$$

De stroom die aan het oppervlak vloeit, zal zich steeds aanpassen aan het uitwendig aangelegde veld, zodat aan conditie (2.20) voldaan is: de som van de aangelegde, en de door de stroom geïnduceerde flux zal steeds een geheel veelvoud zijn van het elementaire fluxkwantum.

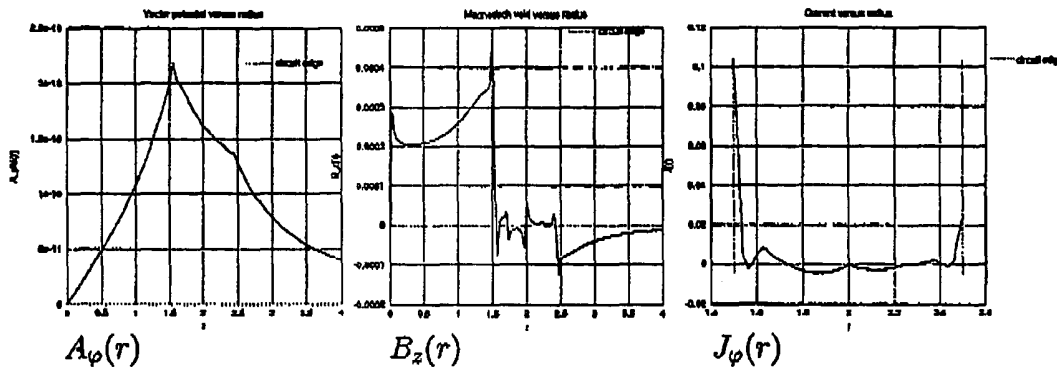
Dit kwantisatie-effect is de kern van heel het idee achter het kwantumcomputer project van de TCAD-groep. Voor onze q-bit kunnen we dan bijvoorbeeld de toestanden $|0\rangle$ (geen flux), $|1\rangle$ (één fluxkwantum op) en $|-1\rangle$ (één fluxkwantum neer) gebruiken. Op die manier hebben we dan drie mesoscopische⁴ eigentoestanden voor onze ring met als overeenkomstige eigenwaarden, de verschillende hoeveelheden flux. Het zijn enkel deze eigenwaarden die we kunnen verkrijgen na meting van de toestand van een ring. Hoe de stroomverdeling over de ring zich precies verhoudt, is onbelangrijk, het is de flux die de toestand aangeeft.

Het is nog niet duidelijk welke toestanden we uiteindelijk echt gaan gebruiken, maar in principe kunnen het er dus meer dan twee zijn. Dit impliceert dat de algoritmes die van ons systeem gebruik willen maken, moeten rekenen met evenveel (bijvoorbeeld drie) mogelijke waarden voor ieder cijfer.

De bit kan van de ene toestand naar de andere overgaan d.m.v. een voldoende groot uitwendig magnetisch veld, afkomstig van invoerringen of andere kwantumringen.

⁴Mesoscopisch: een term die gebruikt wordt om dimensies aan te geven die zich bevinden tussen de macroscopische en de atomair wereld. Zij dekt heel het gebied tussen de 100 μm en de 1 nm

2.3. FLUXGELEIDING EN COMMUNICATIE MET DE BUITENWERELD23



Figuur 2.3: Simulatie van een kwantumring in toestand $|1\rangle$

Een meer gedetailleerde uiteenzetting over het kwantummechanisch gedrag van de kwantumring, kan men vinden in het proefschrift van Geert Eneman [5]. In zijn werk gaat hij o.a. na hoe de stroomverdeling in de ring er precies uitziet, en hierbij houdt hij rekening met de specifieke geometrische vorm van de ring. Figuur 2.3 is hier een voorbeeld van. We zien hier hoe een kwantumring één fluxkwantum onderhoudt, in afwezigheid van een extern magnetisch veld. De figuur toont zowel de vectorpotentiaal, als de daaruit afgeleide magnetische inductie en stroomdichtheid.

2.3 Fluxgeleiding en communicatie met de buitenwereld

Zoals hierboven al duidelijk werd hebben we nood aan een uitwendige magnetische flux die we door onze ringen kunnen sturen. Als we een invoerring kunnen aansturen met een bepaalde stroom, en de flux die deze induceert door onze kwantumring kunnen leiden, zitten we goed. Hier komt al snel het concept van de klassieke transformator naar boven: een gesloten ijzeren kern die fluxen geleidt waar we ze hebben willen (figuur 2.4). Op deze tekening zijn enkel de grootheden aangegeven die betrekking hebben op het ingangs- en uitgangssignaal.

Ons ingangssignaal is steeds een stroom. Deze heeft een magnetische flux tot gevolg. Tussen de twee bestaat een lineair verband (de hysteresiscurve van het ferromagnetische materiaal buiten beschouwing gelaten). Deze magnetisch flux zal door onze supergeleidende ring geleid worden. De ring zal dan de stroom voeren die nodig is om zijn fluxkwantum te handhaven. Wat de voorwaarden zijn voor het verspringen van een fluxkwantum, zal in de volgende



Figuur 2.4: Een kwantumring met in- en uitvoerring

paragraaf behandeld worden.

Ons uitgangssignaal is een elektrisch veld in de uitgangsring, geïnduceerd door een tijdsveranderlijke magnetische flux. Deze flux is afkomstig van onze kwantumring, en wordt veroorzaakt door de superstroom in de kwantumring. Tussen superstroom en uitgangsflux bestaat hetzelfde lineaire verband als tussen ingangsstroom en ingangsflux, daar we te maken hebben met eenzelfde ferromagnetische kern. Het uitgangssignaal geeft ons dus informatie over de verandering in de tijd van de stroom door de kwantumring. Om iets zinvol uit dit uitgangssignaal te kunnen opmaken zal het nodig zijn te weten hoe de superstroom zich gedraagt bij het verspringen van een fluxkwantum.

Het is vooral hiervoor dat simulatieprogramma's onmisbaar zijn: het verband tussen ingangssignaal, uitgangssignaal en de toestand van de supergeleidende ring.

Volgende belangrijke opmerking kan nog gemaakt worden: de in- en uitvoerring zullen ondanks hun koeling tot beneden T_c niet supergeleidend worden, daar ze in galvanisch contact staan met de buitenwereld. We moeten immers altijd in het achterhoofd houden dat Cooper-paren wel in de reciproke ruimte gepaard zijn, maar niet in de reële. Dit betekent dat het ene elektron van een paar zeer ver verwijderd kan zijn van het andere (in reële afstand). Om tot de supergeleidende toestand te komen, is het nodig dat beide elektronen van een paar zich in een rooster onder T_c bevinden. Daar het "omgevingsrooster" veel groter is dan het gekoelde rooster, zullen er praktisch geen Cooperparen aanwezig zijn binnen het volume van de in- en uitvoerring.

2.4 Verandering van eigentoestand

Als de superstroom zich steeds zo aanpast dat het fluxkwantum door de ring behouden blijft, hoe zullen we dan ooit in staat zijn dit kwantum te veranderen? Het antwoord schuilt in de kritieke magnetisch inductie B_c .

Zoals reeds besproken, bestaat er voor het magnetisch veld in een supergeleider een kritieke waarde, waarboven de supergeleidende toestand vernietigd wordt. Dit magnetisch veld kan uitwendig zijn, maar het kan evengoed afkom-

2.5. METEN D.M.V. M.F.M

25

stig zijn van de superstroom zelf. Als de stroomdichtheid een bepaalde kritieke waarde J_c overschrijdt, zal op die plaats de supergeleidende toestand vernietigd worden. Het verband tussen J_c en B_c wordt gegeven door de wet van Maxwell (2.2).

We kunnen de superstroom door onze ring verhogen, door een uitwendige flux aan te leggen met onze ingangsring (figuur 2.4). De kwantumring zal zich hiertegen verzetten door zelf een hogere tegenflux te induceren. Dit impliceert een grotere stroomdichtheid aan de binnenkant van de ring. Op die manier kunnen we de stroomdichtheid in de kwantumring zo hoog laten oplopen, tot hij uiteindelijk zijn kritieke waarde bereikt.

Als dit gebeurt, zal aan de binnenkant van de ring een normale toestand ontstaan, met een normale stroom. De grootte van het gebied waarover dit zich manifesteert is van de orde grootte van de coherentielengte. In dit opzicht is het dus goed om een coherentielengte te hebben die geen orde groottes kleiner is dan de dimensies van de ring. Als dit wel zo is, bestaat het gevaar dat er kleine gebiedjes van het rooster een eigen leven gaan leiden, daar ze zich onafhankelijk van de rest van het rooster kunnen gedragen.

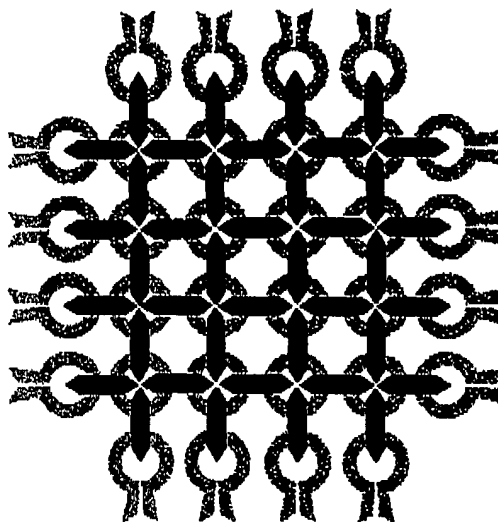
Als er zo een normale stroom ontstaat, geeft deze zijn kinetische energie af aan het rooster, waardoor de stroomdichtheid zakt. De totale flux door de ring krijgt nu de kans om toe te nemen in de richting van de aangelegde flux. De ring, die zich nu in een normale, niet-supergeleidende toestand bevindt, kan zijn energie verlagen door opnieuw supergeleidend te worden. Dit keer dan wel met een fluxkwantum verschillend van zijn vorige toestand. De oppervlaktestromen die hij nu nodig heeft om dit fluxkwantum te handhaven kan hij voeren zonder de kritieke waarde te overschrijden.

Met simulatieprogramma's zoals dat van Geert zou men kunnen nagaan welke ingangsflux er nodig is om de ring, in een bepaalde toestand, een fluxkwantum te doen verspringen. Dit is simpelweg de ingangsflux die aanleiding geeft tot een (plaatselijke) overschrijding van J_c bij handhaving van die bepaalde toestand (dat bepaalde veelvoud van het fluxkwantum).

2.5 Meten d.m.v. M.F.M

Hoewel het uiteindelijk de bedoeling is om de toestand van de bit rechtstreeks uit te lezen met de uitgangsring, zal er in deze eerste fase van het project gebruik gemaakt worden van Magnetic Force Microscopy om de fluxkwantisatie en de verandering van eigentoestand aan te tonen.

Bij M.F.M. scant een (zeer scherpe) naald het oppervlak, zoals bij A.F.M. (Atomic Force Microscopy). Het verschil is dat bij M.F.M. de naald voorzien is van een laagje gemagnetiseerd materiaal. Het magnetisch veld van de naald interageert met het veld in het te onderzoeken materiaal. De aantrekkingskracht tussen naald en oppervlak geeft informatie over de magnetische toestand van het oppervlak. M.F.M. is een erg nauwkeurige meetmethode, en wordt dikwijls



Figuur 2.5: een ringmatrix

gebruikt voor het in kaart brengen van magnetische domeinen.

Door middel van een M.F.M.-opstelling (in een cryostaat) willen we aantonen dat de flux door de ring gekwantiseerd is. We kunnen hiertoe het veld in de twee kernen meten en integreren over de volledige breedte van het juk. Als we deze twee fluxen sommeren, en we verwaarlozen de lekflux (we kunnen ze ook afschatten), dan moet de som dezelfde blijven, ongeacht de ingangsstroom. Wanneer deze toch verandert bij een stijgende ingangsstroom, moet dit met een fluxkwantum verschil zijn van de vorige toestand.

De benodigde apparatuur is beschikbaar in het departement natuurkunde, faculteit wetenschappen van de K.U.L.

2.6 Ringmatrix

Het uiteindelijke grote doel is het bouwen van een volledige kwantumcomputer. Die ziet er als volgt uit (figuur 2.5): een matrix van vrijstaande ringen, magnetisch gekoppeld aan elkaar en aan in- en uitvoerringen. Belangrijk hierbij is dat de kwantumringen in staat zijn elkaars fluxkwantum om te buigen.

De ringmatrix hoeft niet vierkant te zijn, maar zal voor praktische toepassingen wel veel meer ringen moeten tellen dan de figuur suggereert. Eén rij uit de matrix zou bijvoorbeeld een bitstring kunnen voorstellen. Het idee is dat met de juiste ingangssignalen, en de juiste interpretatie van de uitgangssignalen berekeningen kunnen uitgevoerd worden. Welke signalen dit precies gaan moeten zijn, is nog onduidelijk en is een probleem voor de toekomst.

2.7. SAMENVATTING VAN DE DOELSTELLINGEN

27

2.7 Samenvatting van de doelstellingen

Een eerste fase van het quantum computing project van TCAD is het realiseren van één enkele kwantumring, met in- en uitvoering.

Het is niet nodig om al een bruikbaar signaal uit de uitgangsring te krijgen. Het opmeten van de toestand zal voorlopig nog gebeuren d.m.v. M.F.M. Het moet wel mogelijk zijn om de ring een fluxkwantum te doen verspringen d.m.v. een stroom door de ingangsring.

2.7.1 Beoogde specificaties

De voorlopige doelstellingen kunnen dan als volgt samengevat worden: realiseer de structuur op figuur 2.4 met volgende specificaties:

- De kwantumring moet supergeleidend kunnen gemaakt worden in een cryostaat⁵, en die toestand mag niet vernietigd worden door eventuele uitwendige \vec{H} -velden $> H_c$ tijdens haar werking.
- Het Meissnereffect moet zo volledig mogelijk zijn, zodat vergelijking (2.16) geldt en dus fluxkwantisatie optreedt. Dit wil zeggen dat de penetratiegebieden, die langs de verschillende kanten aan het oppervlak aanwezig zijn, elkaar binnenin niet (weinig) mogen overlappen.
- De in- en uitvoering moeten steeds in contact kunnen staan met de buitenwereld, en een stroom kunnen voeren.
- De ferromagnetische kernen moeten de magnetische flux kunnen voeren die nodig is om de supergeleidende toestand van de kwantumring te vernietigen om zo een fluxkwantum toe te voegen.
- De invoering moet deze flux kunnen induceren.
- De magnetische koppeling tussen de ringen moet zo sterk mogelijk zijn. Dit is belangrijk voor de coherentie tussen de bits in de uiteindelijke kwantumcomputer.
- De structuur moet geschikt zijn voor een (lage temperatuur) M.F.M.-opstelling.
- De cryostaat moet zo diep mogelijk kunnen gaan in temperatuur ($T \ll T_c$). Dit om de concentratie aan normale ongepaarde elektronen minimaal te houden, en zo dichterbij te komen tot de ideale situatie (een conductieband met uitsluitend Cooper-paren). Hiertoe is het belangrijk dat er niet teveel warmte gedissipeerd wordt. Warmtedissipatie manifesteert zich op verschillende vlakken: zowel in de in- en uitvoerstructuren, als

⁵Cryostaat: een koelmachine die tot extreem lage temperaturen kan gaan.

metaal	kritieke temperatuur T_c in K	kritieke inductie B_c bij 0K in $10^{-3}T$	London- penetratie- diepte λ_L bij 0K in nm	coherentie- lengte ξ_0 bij 0K in nm	fluxkwantum Φ_0 in $10^{-15}Wb$
Al	1,23	10,5	16	1600	2,0678
Nb	9,5	198	39	38	

Tabel 2.1: Numerieke gegevens over supergeleiding en fluxkwantisatie

in de kwantumring zelf bij het verspringen van een fluxkwantum, alsook in de ferromagnetische kernen bij tijdsveranderlijke magnetische fluxen (ijzerverliezen).

2.7.2 Belangrijke numerieke gegevens

Volgende numerieke gegevens (tabel 2.1) zijn van belang.

Aluminium is een alom bekend, en succesvol gebruikt materiaal binnen de halfgeleidertechnologie. Daarom is dit onze eerste keuze als supergeleider. Toch willen we niobium niet uitsluiten, daar het van alle elementen de hoogste T_c heeft. Verder heeft het departement natuurkunde van de K.U.L. ervaring met dit metaal als supergeleider, en heeft het zelfs vaporisatie-machines om dikke niobiumfilms af te zetten.

We veronderstellen dat beide metalen voldoende ver onder hun kritieke overgangstemperatuur gekoeld kunnen worden, zodat de getabelleerde waarden bij 0 K niet ver van de werkelijke waarden zullen liggen. Voor Al zal dit waarschijnlijk complicaties met zich meebrengen, terwijl dit voor Nb een eerder triviaal gebeuren is.

2.7.3 Rol van dit eindwerk

Dit eindwerk heeft als opzet zoveel mogelijk bij te dragen tot het verwezenlijken van het voorgestelde "device".

In hoofdstuk 3 worden mogelijke processtappen uitgewerkt waarmee het hier beschreven concept geïmplementeerd zou kunnen worden.

Hoofdstuk 4 behandelt het ontwerp van de maskers en geeft aan welke parameters nader onderzoek verdienen.

Dit verdere onderzoek gebeurt in hoofdstuk 5, op basis van de specificaties uit paragraaf 2.7.1.

2.7. SAMENVATTING VAN DE DOELSTELLINGEN

29

Hoofdstuk 6 staat een beetje los van het geheel, in die zin dat het een stap verder kijkt dan de specificaties uit paragraaf 2.7.1. In hoofdstuk 6 worden de kenmerken van het uitgangssignaal onderzocht.

HOOFDSTUK 2. DE KWANTUMRING ALS Q-BIT

Hoofdstuk 3

Proceskenmerken

Nu het concept van de kwantumring behandeld is, kunnen we overgaan tot de implementatie ervan. Zoals altijd vooropgesteld, doen we hiervoor beroep op de technologie van de micro-elektronica, en dit binnen de muren van IMEC.

Het was erg moeilijk voor ons om een groep te vinden waar we terecht konden voor het maken van onze structuur. We wisten dat de diensten van de P-lijn (de piloot productie-lijn van IMEC) niet zouden volstaan. De P-lijn is immers volop gestandaardiseerd en strikt gereguleerd. Een ferromagnetisch materiaal mag hier onder geen enkel beding binnen gebracht worden.

We begonnen onze zoektocht door mensen aan te spreken die volop vertrouwd waren met procesaangelegenheden in IMEC. Maar deze mensen zijn meestal druk bezet door hun eigen projecten. Het was dus niet gemakkelijk om iemand te strikken voor onze zaak. Aanvankelijk leek het ons helemaal niet zo moeilijk om te maken wat we hebben wilden. We verwachtten dus een kant en klare oplossing van de mensen die we aanspraken. Maar die kwam er niet. Meestal werden we doorverwezen naar derden. Na een tijd zijn we zelf beginnen puzzelen met alles wat we wisten, met een vrij ruwe schets van een volledig proces als resultaat. Ook eigen ideeën werden hierin opgenomen, zodat we uiteindelijk een hele hoop opties bij elkaar hadden. We namen deze mee naar mensen die er meer van wisten en zo kon er geschrapt, verbeterd en aangevuld worden. Al snel werd duidelijk dat het maken van onze structuur niet zo triviaal is als het lijkt.

De verschillende procesopties die in dit hoofdstuk voorgesteld worden, hebben allemaal wel hun eigen voor- en nadelen. Alle processen zijn zover mogelijk in detail uitgewerkt. Uiteraard zullen we nog steeds een aantal dingen over het hoofd gezien hebben, maar die kunnen maar aan het licht komen door het proces werkelijk uit te proberen.

De plaats waar we het best terecht konden voor onze toepassing, bleek het III-V gedeelte van de cleanroom te zijn (de gele zone), in samenwerking met de groep van Jo De Boeck (MCP/Magneto-Elektronica). Dankzij verschillende mensen van deze groep, hebben we snel bijgeleerd over wat nu precies mogelijk is, en wat niet. Erwin Vandeplas gaf ons de nodige training om in de III-V

	minimaal	realistisch	veilig	zeker
min Feature size F (μm)	1	2	3	6
Alignement-marge A (μm)	2	4	10	20

Tabel 3.1: Lithografie in de III-V afdeling

afdeling aan de slag te kunnen. Helaas liep mijn eindwerk-teneinde voor we hier daadwerkelijk konden beginnen experimenteren.

Dit hoofdstuk begint met een samenvatting van de mogelijkheden en beperkingen die III-V ons biedt. Vervolgens worden de verschillende procesopties voorgesteld, van eenvoudig naar meer gecompliceerd. We sluiten af met enkele algemene opmerkingen omtrent de voorgestelde processen.

3.1 Beschrijving van de procesomgeving

In deze paragraaf wordt de infrastructuur van het III-V-gedeelte van de clean-room uit de doeken gedaan. Toch in hoeverre ze voor ons nuttig kan zijn. Ook de nuttige dingen die er niet beschikbaar zijn, worden aangehaald.

3.1.1 Lithografie

Belichting De belichtingsmachine in de III-V-afdeling maakt gebruik van de zogenaamde i-lijn uit het lightspectrum. De resolutie die met deze machine gehaald kan worden is afhankelijk van de topografie van het sample, de grootte van de wafer, en vele andere, niet te controleren parameters. Het gaat hier om de "minimum feature size" F , dit is de kleinste dimensie die mag voorkomen op één masker. In de meest gunstige omstandigheden kan deze 1 μm bedragen. Een F van 2 μm is echter al een stuk realistischer.

Het uitlijnen van de verschillende lagen op elkaar gebeurt visueel, onder een lichtmicroscop. Dit geeft aanleiding tot een minimale marge die gehanteerd moet worden tussen twee verschillende maskers. We noemen dit de alignement-marge A . In het maskerontwerp moeten we ervoor zorgen dat, als we twee maskers over een afstand A t.o.v. elkaar verschuiven, we nog steeds de gewenste structuur verkrijgen. Door de optisch-visuele aard van het uitlijnen kan de fout niet kleiner gemaakt worden dan een tweetal micrometer. Als we het onszelf makkelijker willen maken, kunnen we nog grotere marges hanteren. Wim Van Roy (ME) bezorgde ons volgende praktische informatie (tabel 3.1).

Photoresist Verschillende soorten photoresist zijn aanwezig. Zowel positieve, als negatieve. Bij het gebruik van positieve photoresist, zullen de zilveren

3.1. BESCHRIJVING VAN DE PROCESOMGEVING

33

lijntjes op het masker overeenkomen met het photoresistpatroon op de wafer. Bij het gebruik van negatieve photoresist zullen de lijntjes op het masker overeenkomen met openingen in de photoresistlaag op de wafer. Het gebruik van negatieve resist is gecompliceerder dan dat van positieve. De dikte van een laag resist kunnen we laten variëren van 1 tot 10 μm . Maar als we dikkere resist gebruiken, zal de laterale resolutie ook afnemen. We gaan ervan uit dat een dikte van 1 μm zal volstaan voor onze toepassing.

E-beam In plaats van lithografie, is er ook nog altijd de e-beammachine. Deze tekent de patronen rechtstreeks in de photoresist met een elektronenstraal. Dit levert een precisie, die niet te kloppen is door lithografie. Het heeft ook bijkomend voordeel dat er geen masker dient gemaakt te worden. Voor onze toepassing hoeven we hier echter geen gebruik van te maken, het zou de zakenodeloos compliceren.

3.1.2 Materialen

In tegenstelling tot de P-lijn, staat in het III-V gedeelte van de cleanroom een grote diversiteit aan materialen ter onzer beschikking. Tabel 3.2 geeft een overzicht van de voor ons belangrijke materialen. Beperkingen en beschikbare etstechnieken zijn hierbij opgenomen.

Substraat Als substraat gebruiken we silicium wafers met een diameter van 2 inch (50.8 mm). Deze 2" is een standaardmaat in de III-V groep, en alle machines kunnen ermee overweg.

NiFe Voor de kernen kunnen we een NiFe-legering gebruiken: 80% nikkel en 20% ijzer geeft uitstekende zacht-magnetische eigenschappen. Deze legering wordt "permalloy" genoemd. Depositie van NiFe gebeurt met een sputtermachine. Hoewel sputteren een directionele techniek is (er is een bron aanwezig van waaruit de metaaldeeltjes vertrekken), is er toch ook een significante afzetting op wanden parallel aan de richting van de bron. Deze afzetting is sterk afhankelijk van de diepte van de wand. Uit ervaring weet men dat wanden loodrecht op het waferoppervlak slecht, en niet-uniform bedekt worden als ze te diep zijn. De dikte van een laag is beperkt tot maximaal 50 nm

Aluminium Als supergeleider staat voorlopig alleen aluminium ter onzer beschikking. Net zoals verschillende andere metalen (goud, chroom, platina, wolfram,...) kan aluminium afgezet worden door verdamping van het metaal. Er is geen echte beperking op de dikte van het materiaal. Het opdampen van een materiaal gebeurt steeds vanuit een bepaalde bron (een stukje vaste stof). De damp stijgt dan tot tegen het (omgekeerde) waferoppervlak en condenseert daar. Vandaar dat het opdampen van

	depositie	maximale dikte	etsen	lift-off?
Ni ₅₀ Fe ₅₀	sputteren	50 nm	droog (beperkt)	ja
Al, Au, Cr, ...	opdampen	300 nm altijd	niet beschikbaar	ja
SiO ₂	CVD	500 nm (per laag)	droog (reactief)	onmogelijk
Si ₃ N ₄	CVD	500 nm (per laag)	droog (sterk reactief)	onmogelijk

Tabel 3.2: Proceskenmerken van materialen in de III-V afdeling (IMEC)

een stof een eerder directionele methode is. Wanden loodrecht op het waferoppervlak zullen niet snel bedekt worden door deze techniek.

Diëlektrica Als diëlektricum kunnen we siliciumoxide of siliciumnitride gebruiken. Beide worden gedeponereerd d.m.v. CVD (Chemical Vapor Deposition). Siliciumnitride heeft als voordeel dat het zich makkelijker laat etsen dan oxide.

3.1.3 Etsen

Het nat etsen¹ van metalen wordt praktisch niet gebruikt in de III-V afdeling. In se is het natuurlijk wel mogelijk: alles wat we nodig hebben zijn de juiste chemicaliën en het juiste recept (temperatuur, tijdsduur,...).

Wat wel geëtsd wordt, zijn oxide- en nitridelagen. Dit gebeurt in een plasma-etser, wat men "droog etsen"² noemt. Deze methode is zeer directioneel, en geeft aanleiding tot duidelijk gedefinieerde zijwanden. Siliciumnitride is hiervoor vooral geschikt, daar het sterk reageert met de plasma-ionen. Siliciumoxide reageert iets minder sterk, maar is evenzeer geschikt voor een droge ets. Dit is niet zo voor metalen: zij reageren niet met de ionen; en moeten met bruto geweld losgeslagen worden. Sommige metalen zijn hiervoor al gevoeliger dan andere. Als de laag erg dun is, kan een droge ets wel nog dienst doen voor sommige metalen. (bijvoorbeeld een NiFe-laagje van 50 nm).

3.1.4 Lift-off

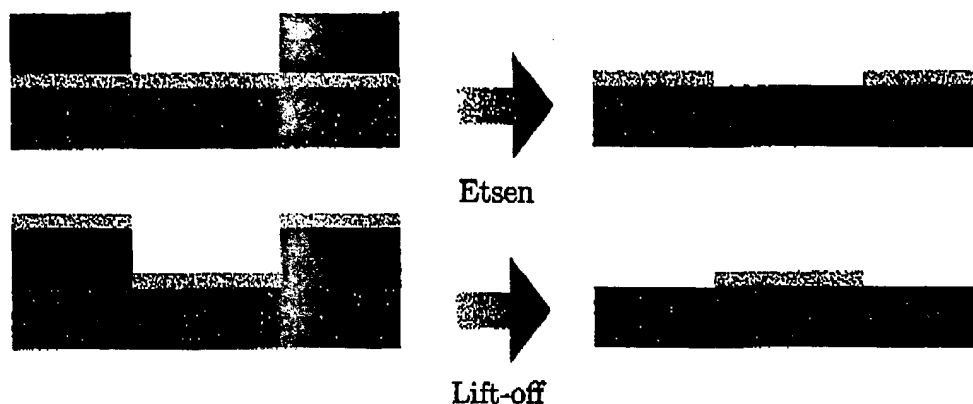
Voor metalen maakt men liever gebruik van de zeer eenvoudige "lift-off" methode (figuur 3.1). Hier deponeren, belichten en ontwikkelen we eerst de fotore-sist, en pas daarna deponeren we het metaal. De gedeponeerde laag zal mee

¹Nat etsen: het selectief weg laten reageren van een materiaal in een bijtende oplossing.

²Droog etsen: het bombarderen van het waferoppervlak met energetische ionen, afkomstig uit een plasma. Deze ionen kunnen reageren met het blootgestelde materiaal (Reactieve Ion Ets), maar evengoed kan hun kinetische energie volstaan om roosteratomen los te slaan.

3.1. *BESCHRIJVING VAN DE PROCESOMGEVING*

35



Figuur 3.1: Etzen en Lift-off, met hetzelfde photoresistpatroon.

loskomen met de photoresist. Waar geen photoresist lag, blijft het metaal liggen.

In de figuur gaan we uit van depositie door opdampen. Als we een metaal zouden sputteren, zou er ook afzetting van materiaal zijn op de zijwanden van de photoresist. Als deze te dik ligt, zal de photoresist niet meer loskomen, daar deze overal bedekt is en het oplosmiddel (aceton) er niet meer aan kan.

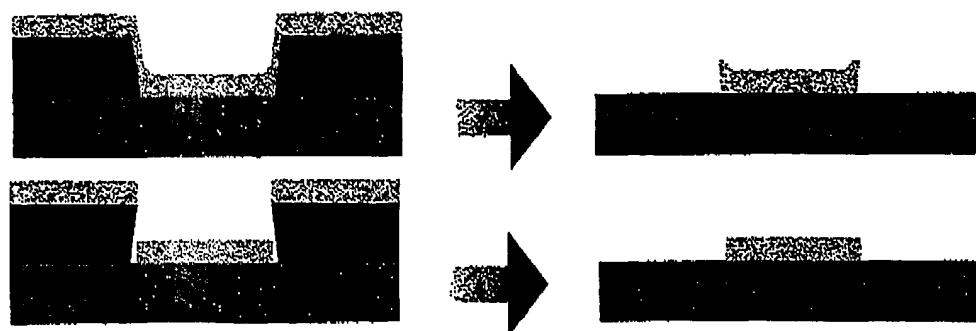
Soortgelijke effecten kunnen ook optreden bij het opdampen van een metaal. Toch als we de normale positieve photoresist gebruiken. Bij positieve photoresist zullen de wanden steeds een beetje afhellen, waardoor ook op deze randen wat materiaal wordt afgezet. Hierdoor is de haalbare dikte bij opdampen beperkt: als de aceton niet meer door de zijwanden kan diffunderen of een gaatje vinden, zal ook een opgedampte laag niet meer loskomen. Deze maximale dikte voor een opgedampte laag is afhankelijk van de dikte, en de vorm van de resist die we gebruiken. Voor onze 1 μm resist, weten we dat 300 nm nog haalbaar is.

Als het wegnemen van de photoresist lukt, zal het lijntje tegen de zijwand afbreken, en komt de structuur vrij (figuur 3.2, boven). Er zullen wel een soort van hekjes blijven staan op de randen van het lijntje. Dit fenomeen noemt men "fencing". Het is onduidelijk hoe hoog deze hekjes zullen zijn.

Fencing kunnen we omzeilen door gebruik te maken van negatieve resist. Dit is omdat bij negatieve resist de wanden een beetje zullen "over hangen", i.p.v. afhellen (figuur 3.2, beneden).

Fencing kan een probleem vormen als we een metaallaag elektrisch willen isoleren met bijvoorbeeld een oxide. De uitstekende hekjes zijn moeilijk te bedekken, waardoor de laag een stuk dikker zal moeten zijn dan wanneer er geen fencing was.

Lift-off van oxides of nitrides is niet mogelijk, toch niet als ze gedeponneerd werden door CVD. CVD gebeurt bij een temperatuur van ongeveer 200 °C. Bij deze temperatuur wordt de photoresist hard gebakken, en zal ze niet meer



positieve resist (boven) en negatieve resist (beneden)

Figuur 3.2: Lift-off en het fencing fenomeen

loskomen in aceton.

3.1.5 Wat ontbreekt in III-V...

Niobium Depositie van niobium is niet mogelijk. Hiervoor kunnen we misschien terecht bij het departement natuurkunde (faculteit wetenschappen, K.U.L.)

Galvanisatie-opstelling Galvaniseren met NiFe (zie verder in dit hoofdstuk) is niet mogelijk. Hiervoor kunnen we misschien terecht bij het departement Metaal- en Toegepaste Materiaalkunde (faculteit toegepaste wetenschappen, K.U.L.).

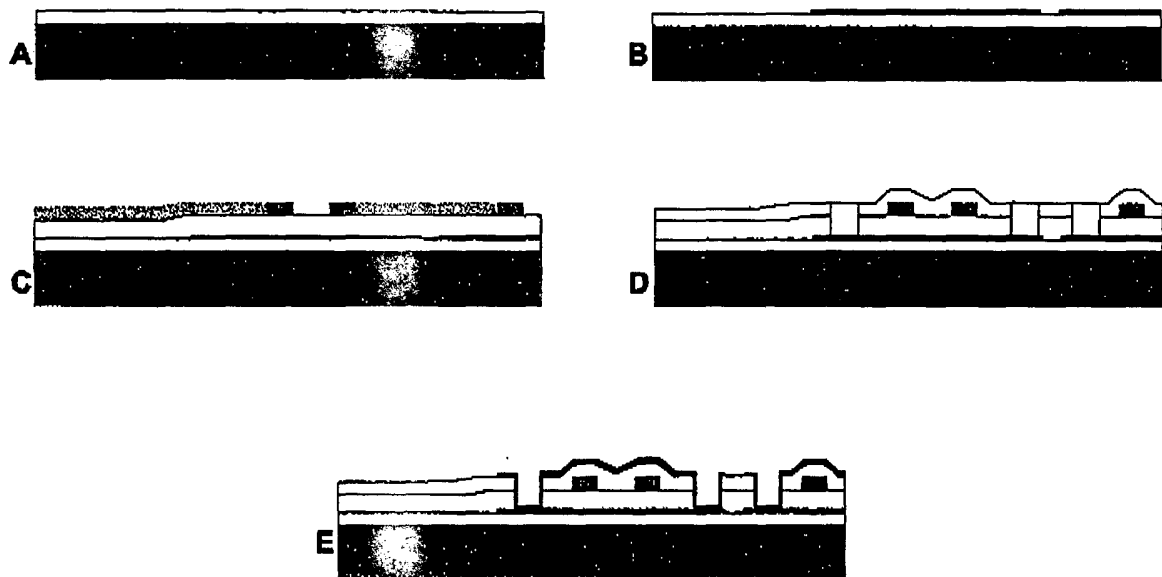
3.2 Mogelijke procesopties

De processen die hier voorgesteld worden, hebben de meeste van hun stappen gemeen. Het enige belangrijke verschil bestaat in het aanbrengen van de ferromagnetische kern. De laatste twee voorstellen maken hiervoor gebruik van galvanisatie, het eerste niet. Galvaniseren is het afzetten van dikke lagen metaal door middel van elektrolyse. Dit is relatief eenvoudig, maar er is geen opstelling hiervoor aanwezig in de III-V afdeling. Vandaar dat het eerst voorgestelde proces onze voorkeur geniet.

De drie voorgestelde processen worden steeds schematisch weergegeven in een tekening. Deze tekeningen zijn sterk overdreven in de verticale dimensie. In werkelijkheid zal de structuur veel platter zijn.

3.2. MOGELIJKE PROCESOPTIES

37



A) Si met thermisch gegroeid oxide B) NiFe sputteren C) oxide depositie , Al structuren opdampen D) oxide depositie en gaten etsen E) NiFe sputteren

Figuur 3.3: Proces 1: zonder galvanisatie

3.2.1 Zonder galvanisatie

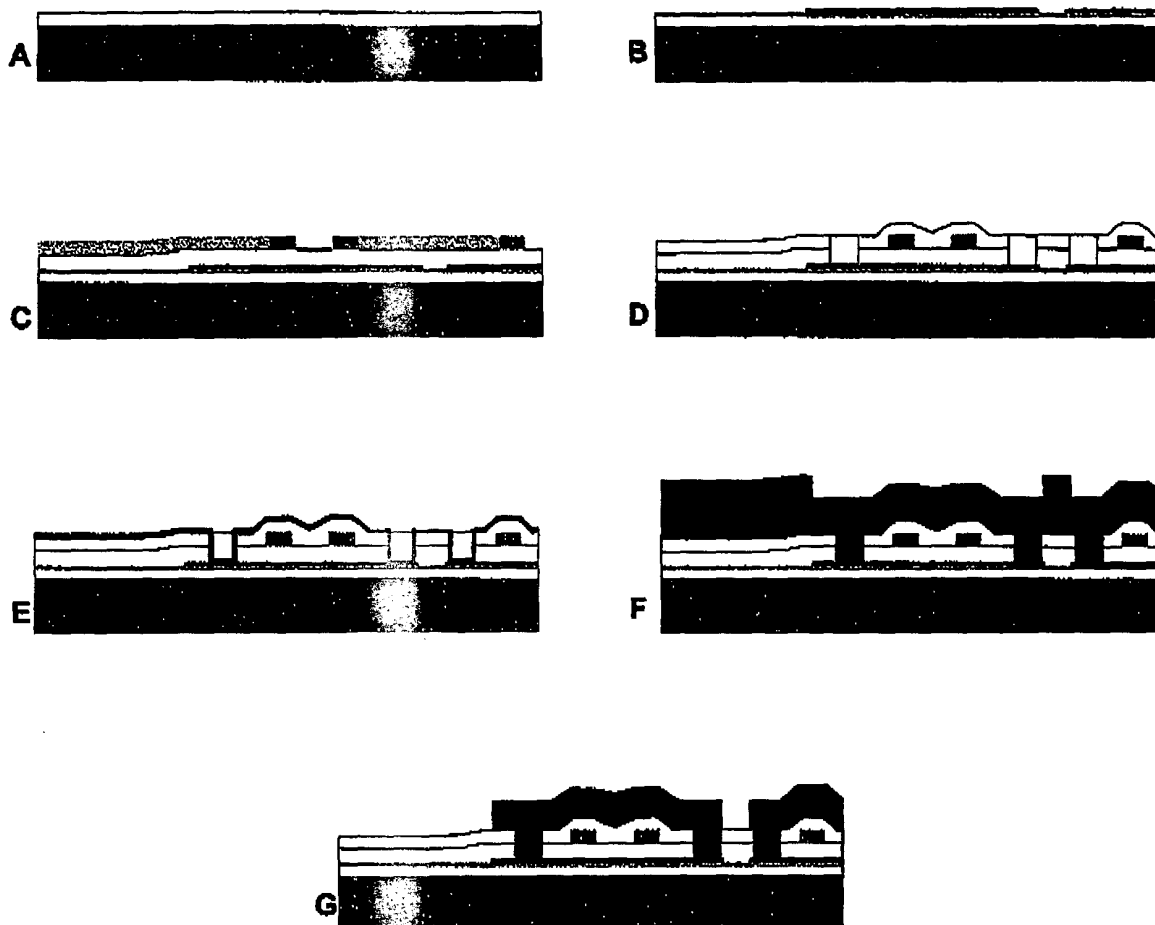
De procedure is schematisch voorgesteld op figuur 3.3. Ze bestaat uit volgende stappen:

- We starten met een siliciumwafer met een (eventueel thermisch gegroeid) oxide (A).
- Dan brengen we een photoresistpatroon aan (masker 1). We sputteren een dun laagje (50 nm) NiFe op, en doen een lift-off. Het resultaat van deze procedure is te zien op (B).
- Vervolgens brengen we een isolerende nitride- of oxidelaag aan. Als we de topografische effecten, geïntroduceerd door de vorige laag, minimaal willen houden, kunnen we deze relatief dik leggen (200 nm). In dit specifieke proces is het echter van belang dat deze laag zo dun mogelijk is (b.v. 50 nm).
- We brengen opnieuw photoresist aan, en belichten met masker 2. We dampen een dikke laag aluminium op (200 nm), en doen opnieuw een lift-off. Nu zijn de ringen, en de aluminium connecties met de buitenwereld gemaakt. Het tussenresultaat is te zien op (C).
- Een laagje nitride of oxide wordt aangebracht. Dit kan relatief dik zijn (400 nm), omwille van fencing van de aluminium structuren (zie lift-off). Maar evenzeer kan ze erg dun zijn, als we negatieve resist voor de aluminium structuren gebruiken. In dit specifieke proces is het van belang dat ook deze laag zo dun mogelijk is.
- Een photoresistpatroon wordt aangebracht om de te etsen gaten te definiëren (masker 3). Vervolgens wordt een droge ets uitgevoerd. Het resultaat is te zien op (D).
- Nu volgt de moeilijkste stap: het sputteren van de tweede NiFe laag. Hiervoor gebruiken we opnieuw masker 1 en de lift-off methode. Riskant is echter het volledig bedekken van de zijwanden van de putjes. Hiervoor is het belangrijk dat de putje niet te diep zijn. Het resultaat is te zien op (E).

Wat nu nog moet gebeuren, is het vrijmaken van de bindings-platformpjes (grote aluminium vlakken om de in- en uitvoerringen te contacteren). Deze zijn immers bedekt door een oxide of nitride. Hiervoor gebruiken we een vierde masker en een droge ets.

3.2. MOGELIJKE PROCESOPTIES

39



A) Si met thermisch gegroeid oxide B) Au opdampen, NiFe sputteren C) oxidelaagje afzetten, Al structuren opdampen D) oxidelaagje afzetten en gaten etsen E) NiFe sputteren en photoresistpatroon aanbrengen F) Galvaniseren met NiFe G) photoresist strippen, NiFe laagje afnemen door etsen

Figuur 3.4: Proces 2: met enkelvoudige galvanisatie

3.2.2 Met enkelvoudige galvanisatie

De procedure is schematisch voorgesteld op figuur 3.4. Ze bestaat uit volgende stappen:

- We starten met een siliciumwafer met (eventueel) een thermisch gegroeid oxide (A).
- Hierop brengen we eerst een geleidende laag aan (bijvoorbeeld Au). Deze is nodig om te kunnen galvaniseren, zoals hieronder verduidelijkt zal worden.
- Dan brengen we een photoresistpatroon aan (masker 1). We sputteren er een dun laagje (50 nm) NiFe op, en doen een lift-off. Het resultaat van deze procedure is te zien op (B).
- Vervolgens brengen we een isolerende nitride- of oxidelaag aan. Als we de topografische effecten, geïntroduceerd door de vorige laag, minimaal willen houden, kunnen we deze relatief dik leggen (200 nm).
- We brengen opnieuw photoresist aan, en belichten met masker 2. We dampen een dikke laag aluminium op (200 nm), en doen opnieuw een lift-off. Nu zijn de ringen, en de aluminium connecties met de buitenwereld gemaakt. Het tussenresultaat is te zien op (C).
- Een laagje nitride of oxide wordt aangebracht. Ook deze kan relatief dik zijn (400 nm), omwille van fencing van de aluminium structuren (zie lift-off). Maar evenzeer kan ze erg dun zijn, als we negatieve resist voor de aluminium structuren gebruiken.
- Een photoresistpatroon wordt aangebracht om de te etsen gaten te definiëren (masker 3). Vervolgens wordt een droge ets uitgevoerd. Het resultaat is te zien op (D).
- We sputteren nu opnieuw een laagje NiFe. De zijwanden hoeven ditmaal niet bedekt te zijn (E). Dit laagje doet dienst als geleidend oppervlak voor de galvanisatie. We brengen opnieuw het patroon van masker 1 aan in photoresist. Het gouden laagje wordt verbonden aan een uitwendige elektrode³. Op die manier wordt de kathode gevormd. Als de wafer in het elektrolytisch bad geplaatst wordt, zullen de positieve metaaldeeltjes zich op deze elektrode afzetten. Met deze methode kunnen dikke NiFe lagen gegroeid worden (F).

³Hiertoe moeten we aan de rand van de wafer steeds een stukje goud onbedekt laten. Hoe dit praktisch in zijn werk gaat weet ik niet, maar het is zeker mogelijk.

3.3. OPMERKINGEN

41

- Na de galvanisatie wordt de photoresist gestript. Het niet blootgestelde gedeelte van het NiFe-laagje dient verwijderd te worden. Hiervoor gebruiken we een droge ets over het volledige waferoppervlak, waardoor ook het gegalvaniseerde gedeelte een beetje dunner gemaakt wordt. Het eindresultaat is te zien op (G)
- Wat nu nog moet gebeuren, is het vrijmaken van de bindingsplatformpjes (grote aluminium vlakken om de in- en uitvoeringen te contacteren). Deze zijn immers bedekt door een oxide of nitride. Hiervoor gebruiken we een vierde masker en een droge ets.

3.2.3 Met dubbelvoudige galvanisatie

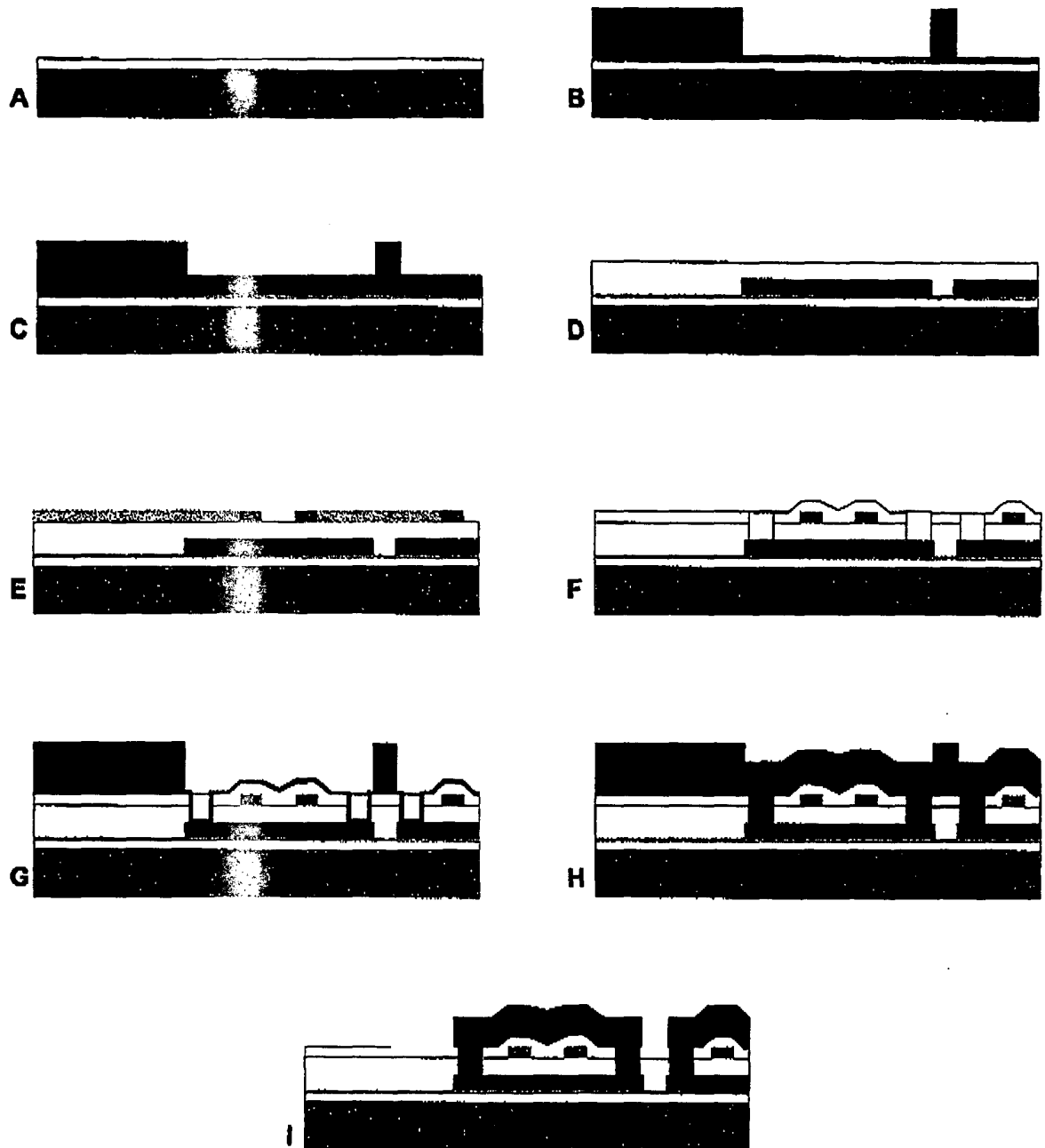
Dit proces is vrij gelijkaardig aan het vorige, maar het is iets gecompliceerder. De reden waarom we dit proces zouden gebruiken is om een grotere kerndoorsnede te verkrijgen (zie hoofdstuk 5). Volgende stappen zijn verschillend:

- In dit proces wordt ook het eerste NiFe-laagje gegalvaniseerd. Op die manier kunnen we kernen maken die nergens een smalle doorsnede hebben.
- Na depositie van het eerste oxide, dat steeds dezelfde hoogteverschillen vertoont als het kerngedeelte eronder, moet het oppervlak opnieuw vlak worden gemaakt om de aluminium ringen niet onaanvaardbaar te vervormen. Dit kan gebeuren door mechanisch polijsten van het oxide of nitride.

De volledige procedure is samengevat op figuur 3.5.

3.3 Opmerkingen

- Het sputteren van NiFe is kritiek voor het bedekken van de zijwanden in de eerste procesoptie. Sputteren onder verschillende hoeken lijkt een goed idee om een betere afzetting op de zijwanden te krijgen. Dit is echter niet mogelijk met de opstelling in IMEC.
- De twee eerste procesopties etsen een oxide of nitride tot op het onderliggende NiFe. Daar dit NiFe hier maar erg dun is, zou het kunnen dat we een etsstop nodig hebben (1 tot 5 nm chroom). Dit chroom kunnen we deponeren over het volledig waferoppervlak, na het eerste laagje NiFe. Chroom is een niet-magnetisch materiaal, en heeft ongeveer dezelfde permeabiliteit als lucht of vacuüm. Magnetisch gezien, introduceert het chroomlaagje dus een luchtspleet in onze kern. Dit heeft gevolgen voor de inductantie van onze kern, daar 1 nm lucht overeen komt met ongeveer 50 μm NiFe.



A) Si met thermisch gegroeid oxide B) Au opdampen, NiFe sputteren, photoresistpatroon aanbrengen C) galvaniseren met NiFe D) photoresist strippen, oxidelaagje afzetten en polijsten E) Al structuren opdampen F) oxidelaagje afzetten en gaten etsen G) NiFe sputteren en photoresistpatroon aanbrengen H) galvaniseren met NiFe I) photoresist strippen, NiFe laagje afnemen door etsen

Figuur 3.5: Proces 3: met dubbelvoudige galvanisatie

3.3. OPMERKINGEN

43

Als we niet willen dat het aan de omgeving blootgestelde NiFe gaat oxideren, kunnen we het passiveren met een laagje koper. Hiervoor sputteren we het koper over het volledige wafer-oppervlak. Dit kan met dezelfde machine als waarmee NiFe gesputterd wordt.

- Het leggen van dikke NiFe lagen in proces 2 en 3 wordt hier gedaan door galvanisatie. Dit kan niet in IMEC, maar misschien zou het wel mogelijk zijn om de opdampmachine aan te passen voor NiFe. Zo zouden veel dikkere lagen afgezet kunnen worden, zonder een galvanisatiestap te gebruiken⁴.

⁴Dit is zeer recente informatie, in die zin dat ik ze pas kreeg toen mijn eindwerk teneinde liep.

HOOFDSTUK 3. PROCESKENMERKEN

Hoofdstuk 4

Ontwerp van de maskers

De verschillende processen uit hoofdstuk 3 kunnen in principe allemaal gebruik maken van eenzelfde set maskers. Deze maskers kunnen we dus al volledig ontwerpen en laten maken, zonder dat we ons daardoor beperken tot een bepaald proces.

Op figuur 4.1 wordt als voorbeeld een (gedateerd) maskerontwerp getoond, gemaakt door mijn begeleider Chris. In dit ontwerp werden enkel "minimale" structuren opgenomen. Dit wil zeggen dat iedere dimensie minimaal genomen werd (dus gelijk aan F of A uit tabel 3.1). Er werd nog geen rekening gehouden met de eisen vanuit de specificaties (paragraaf 2.7.1). Ook de alignmentstructuren ontbreken nog.

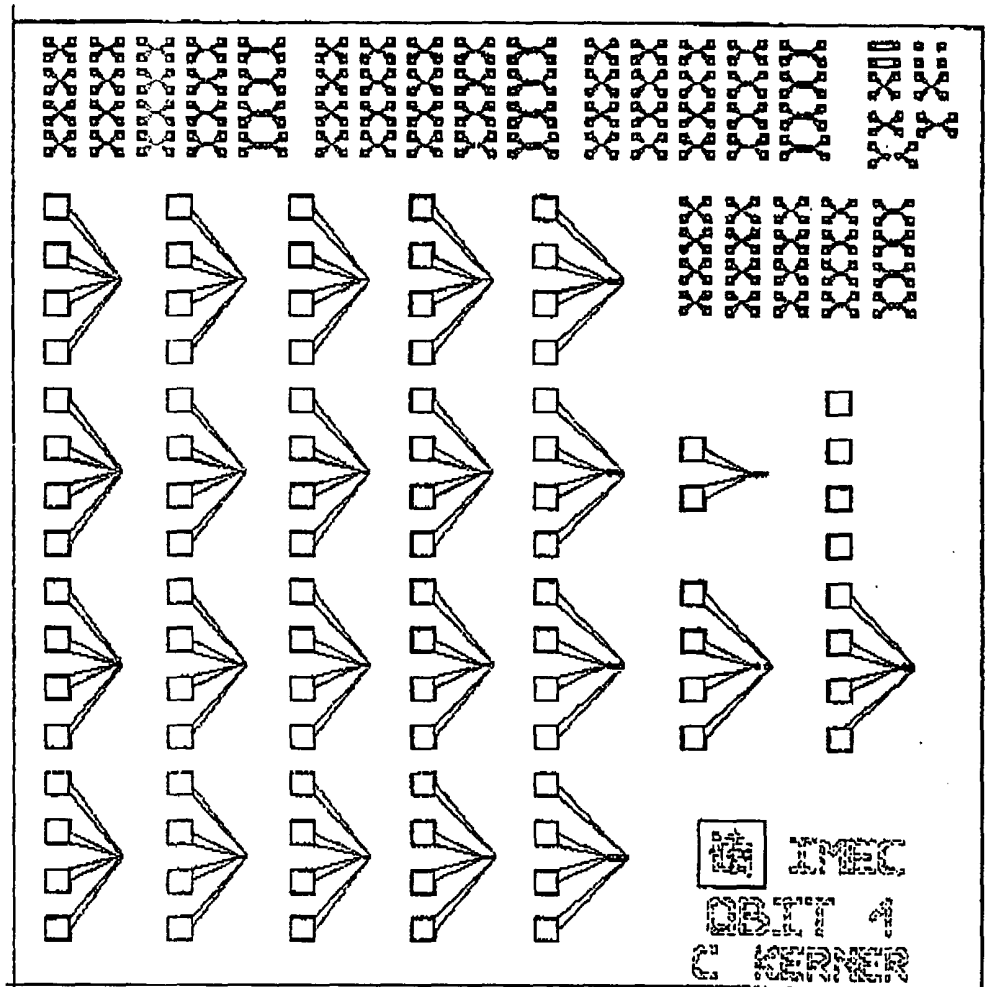
In dit korte hoofdstuk wordt aangegeven welke de parameters zijn die we zullen variëren om tot een beter ontwerp te komen. De uitwerking hiervan gebeurt in hoofdstuk 5. Er worden ook mogelijke variaties op de basisstructuur zelf gesuggereerd. Voor een nauwkeurige alignment zijn goede alignmentstructuren essentieel, en ook deze worden in dit hoofdstuk toegevoegd. Tenslotte worden enkele praktische randvoorwaarden bekeken.

4.1 De functionele structuren

4.1.1 De basisstructuur

Op figuur 4.2 worden alle dimensies voor de drie eerste maskers aangegeven. Het vierde masker (voor de bindingsplatformpjes) is niet kritiek, noch in afmetingen, noch in alignment, en wordt hier niet beschouwd. De minimumafstand op eenzelfde masker is F (minimum feature size), de minimumafstand tussen twee verschillende maskers is A (alignment-marge). Alle afstanden die op de tekening aangeduid zijn door F of A liggen dus al vast door de lithografiebeperkingen.

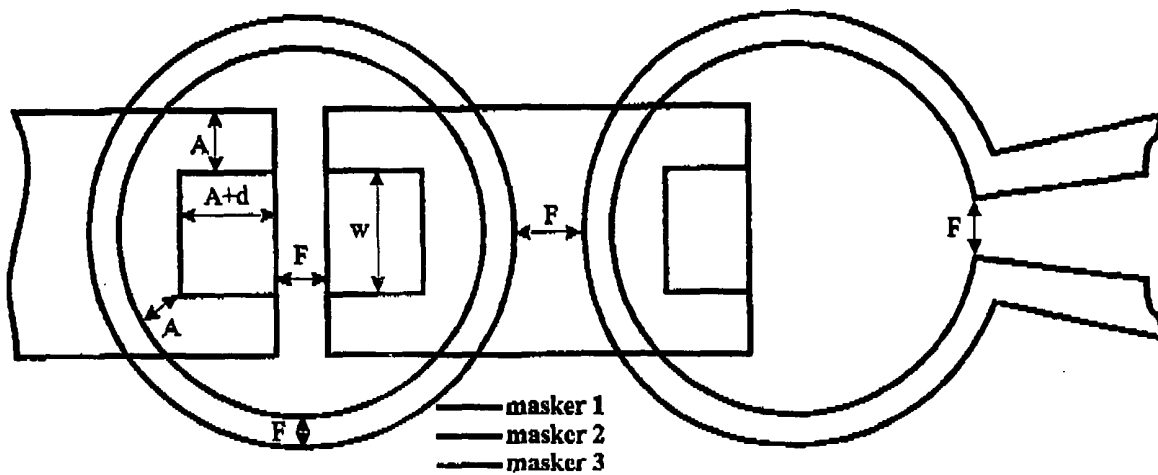
De reden waarom we aan de parameters w en d van het been niet de minimale afstand F hebben toegekend, en hoe groot deze dan wel moeten zijn,



Figuur 4.1: Voorbeeld van een maskerontwerp (2 cm · 2 cm)

4.1. DE FUNCTIONELE STRUCTUREN

47



F =minimum Feature Size; A =alignment-marge

Figuur 4.2: De drie kritieke maskers in ons ontwerp

zal nog uitgebreid behandeld worden in hoofdstuk 5. Er zal dan ook uitgelegd worden waarom de andere dimensies wel minimaal genomen mogen worden.

w is de parameter die we zullen gebruiken om de doorsnede van onze ferromagnetische kern op te drijven, en op die manier een grotere flux door de kern toe te laten.

De afstand d geeft de minimale overlapping aan die we wensen tussen een been en een juk van de kern. Als we deze d gelijk aan nul stellen, zal er in het slechtste geval (een verschuiving van masker 3 over een afstand A naar rechts t.o.v. masker 1), net geen contact gemaakt worden tussen juk en been. Uiteraard gebeurt dit enkel in de slechtst denkbare omstandigheden. In praktijk zullen we meestal wel goed zitten als we d nul stellen, zeker als we A en F ruim kiezen (zie tabel 3.1). Wensen we niet alleen een kern die gesloten is, maar ook een been met een bepaalde minimale dikte (door gebruik van galvanisatie), dan kan het wel nuttig zijn om aan d die minimale dikte toe te kennen.

Alle dimensies die niet aangegeven zijn op de tekening, kunnen afgeleid worden uit de andere dimensies, zo is bijvoorbeeld de binnendiameter van de ring

$$d_{ring} = 2 \left(\sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(A + d + \frac{F}{2}\right)^2} + A \right) \quad (4.1)$$

4.1.2 De bindingsplatformpjes

De bindingsplatformpjes zien eruit zoals op de figuur 4.1. Normaal hebben ze een zijde van $150\text{ }\mu\text{m}$ (zoals de structuren bovenaan het masker). Dit is voldoende groot voor de naalden van de meetapparatuur die we ter beschikking hebben in IMEC.

Voor de M.F.M.-opstelling liggen de zaken anders. Hier moet iedere zijde van het platformpje minimaal $500\text{ }\mu\text{m}$ lang zijn (zoals de andere, grotere structuren op het masker). Ook moeten alle platformpjes zich dan aan dezelfde kant bevinden, zodat er nog ruimte overblijft voor de naald waarmee het oppervlak gescand wordt.

Als we M.F.M. gebruiken om de fluxvariatie waar te nemen, dan hebben we enkel de platformpjes nodig die verbonden zijn met de ingangsring. Het signaal van de uitgangsring zullen we dan niet gebruiken. De grote bindingsplatformpjes op figuur 4.1 die verbonden zijn met de uitgangsringen kunnen dus weggelaten worden.

Om aan beide meetsituaties tegemoet te komen, kunnen we aan één kant de platformpjes groot maken (voor M.F.M.), en ze aan de andere kant op $150\text{ }\mu\text{m}$ houden.

Met deze maatregelen kan heel wat plaats uitgespaard worden op het masker.

4.1.3 Variëren van de basisstructuur

De hierboven beschreven basisstructuur, met zijn bindingsplatformpjes, wordt systematisch herhaald (en lichtjes gevarieerd) over het volledige masker. Zo is iedere structuur in het maskerontwerp een variatie op dezelfde basisstructuur.

Deze variatie kan gebeuren op drie vlakken:

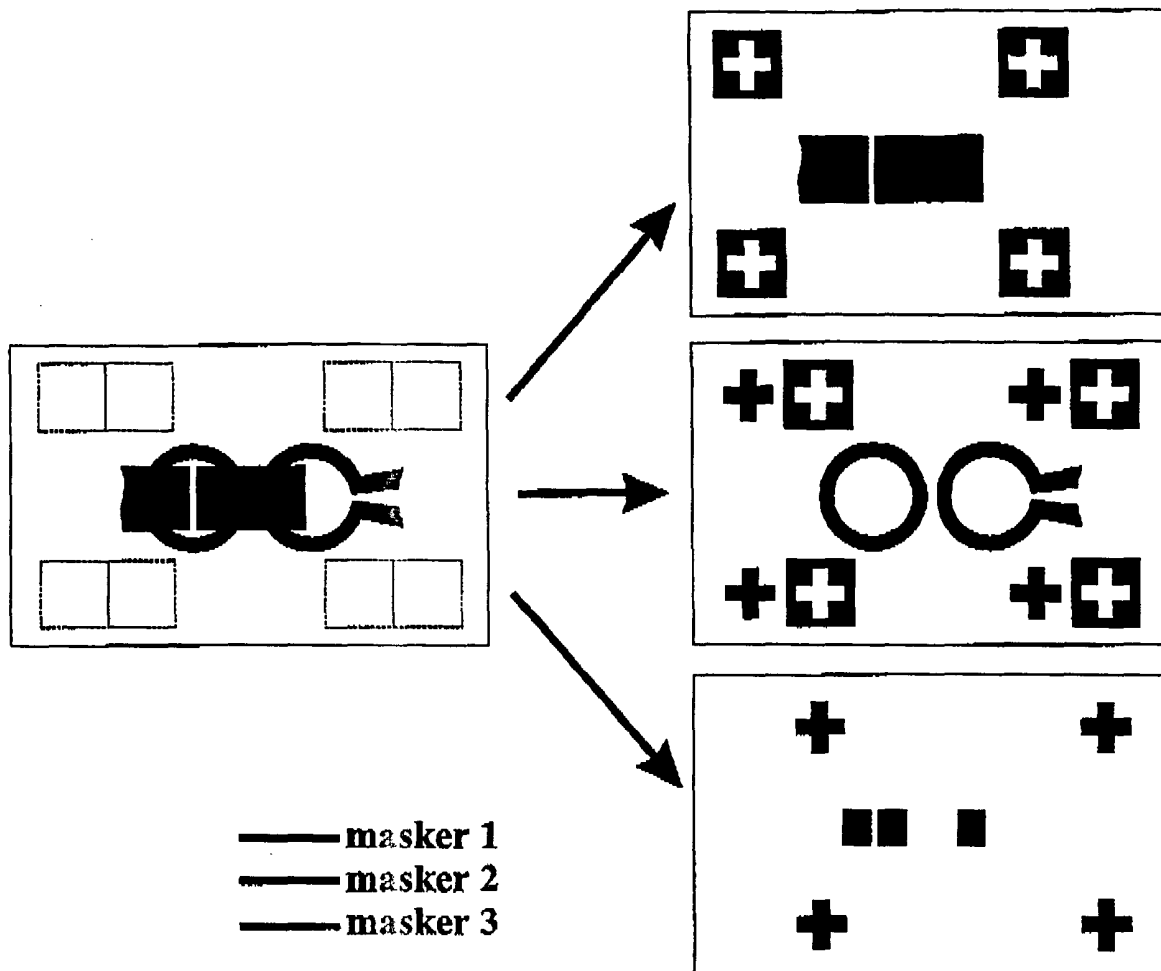
Functioneel Voor de basisstructuur op figuur 4.2 zijn het de parameters w en d die zullen bepalen hoe het systeem zich zal gedragen tijdens zijn werking als kwantumbit. Het effect van de variatie van deze parameters wordt bekeken in hoofdstuk 5. Dit ontwerp naar fysische werking hangt nauw samen met de keuze voor een bepaald proces. Het is dus mogelijk dat ieder beoogd proces zijn eigen structuren krijgt op het masker.

Conceptueel De basisstructuur zelf kan ook veranderd worden. Hieronder worden enkele suggesties gegeven:

- We kunnen een tweede been toevoegen als alternatief voor een grotere d (enkel zinvol voor proces 1).
- De ingangsring kan breder gemaakt worden, om zo een grotere ingangsstroom te kunnen toelaten.
- In plaats van de rechthoekige doorsneden in masker 3 kunnen halve cirkels gebruikt worden, om zo de beschikbare oppervlakte binnen de ring beter te benutten (enkel zinvol voor proces 2 en 3).

4.2. DE ALIGNMENT-STRUCTUREN

49



Figuur 4.3: Het principe van alignment-tekens

Lithografi Voor iedere structuur die door bovenstaande variaties verkregen wordt, moeten er ook verschillende waarden voorzien worden voor A en F . Op de definitieve maskers zullen alle opties uit tabel 3.1 aan bod komen. Als er nog plaats over is, kunnen ook nog enkele tussenliggende waarden mee opgenomen worden.

4.2 De alignment-structuren

4.2.1 Principe

Het uitlijnen van een masker op een vorige laag gebeurt, zoals eerder aangehaald, met een lichtmicroscop en het menselijk oog. Hiervoor gebruiken we alignment-tekenen (bijvoorbeeld kruisjes) op onze maskers. Die kruisjes vinden we dan terug op onze wafer in de vorm van een metaallaagje, of in de vorm van een opening in een metaallaagje. Het masker dat we daarna gebruiken, heeft ook kruisjes, die we zo goed mogelijk proberen uit te lijnen op de kruisjes op de wafer.

Dit is schematisch weergegeven op figuur 4.3: we lijnen masker 2 uit op de laag gevormd door masker 1, en daarna lijnen we masker 3 uit op de laag gevormd door masker 2. Opgelet: deze figuur veronderstelt positieve fotoregist en een ets. Zowel het gebruik van negatieve resist als het gebruik van lift-off inverteren een masker, zodat ook de kruisjes herzien moeten worden. Door deze kruisjes overal op de maskers te herhalen (of toch tenminste in de vier hoeken, zoals aangegeven), kunnen we de wafer mooi uitlijnen op het masker.

De afmetingen van de kruisjes zijn vrij groot ($150\text{ }\mu\text{m}$), zodat ze duidelijk zichtbaar zijn in de lichtmicroscop. Het is een misvatting dat de nauwkeurigheid van de alignment zou toenemen als we met kleinere kruisjes werken. Integendeel, de zijden van de kruisjes moeten lang genoeg zijn. Het menselijk oog is erg gevoelig voor het uitlijnen van kruisen op elkaar, maar het moet ze wel duidelijk kunnen waarnemen.

Het had ook gekund dat masker 3 uitgelijnd moest worden op de laag gevormd door masker 1. In dat geval hebben we een extra kruisje nodig op masker 1. Inderdaad, als we masker 2 toepassen op laag 1, zal het kruisje op laag 1 toegedekt worden door het kruisje van laag 2. Dit kruisje is dus niet langer bruikbaar voor het uitlijnen van masker 3.

Als we alle mogelijkheden willen openhouden, moeten we de maskers van zoveel kruisjes voorzien zodat ieder masker op ieder ander masker uitgelijnd kan worden worden. Voor het geval van vier maskers is dit schematisch voorgesteld in tabel 4.1: iedere kolom komt overeen met een bepaalde positie binnen het alignment-blok. We zien dat we met deze systematische manier van kruisjes plaatsen, steeds kunnen kiezen op welke onderliggende laag we ons nieuwe masker uitlijnen.

4.2.2 Masker 1bis

Hier steekt een probleem de kop op: we willen masker 1 twee keer gebruiken, één keer voor de onderkant van de kern, en één keer voor de bovenkant. Als we hetzelfde masker gebruiken, hebben we ook twee keer de kruisjes op dezelfde plaats staan. Het is de bedoeling om de tweede keer dat we masker 1 gebruiken, dit uit te lijnen op masker 3. Als we tabel 4.1 nader bekijken, zien we dat dit

4.2. DE ALIGNMENT-STRUCTUREN

51

positie	1	2	3	4	5	6
masker 1	+	+	+			
masker 2	+			+	+	
masker 3		+		+		+
masker 4			+		+	+

Tabel 4.1: Plaatsing van alignment-tekenen

onmogelijk is daar alle kruisjes die masker 1 en masker 3 gemeen hebben, bedekt zullen zijn nadat masker 3 is toegepast. Daarna masker 1 uitlijnen op masker 3 is dus niet meer mogelijk.

Wat wel nog kan is masker 1 uitlijnen op zichzelf, hiervoor is nog een kruisje onbedekt, maar hierdoor superponeren we twee onnauwkeurigheden op elkaar. Er is namelijk al een fout tussen laag 1 en laag 3. Als we dan uitlijnen op laag 1, terwijl we eigenlijk op laag 3 willen uitlijnen, nemen we deze fout sowieso mee.

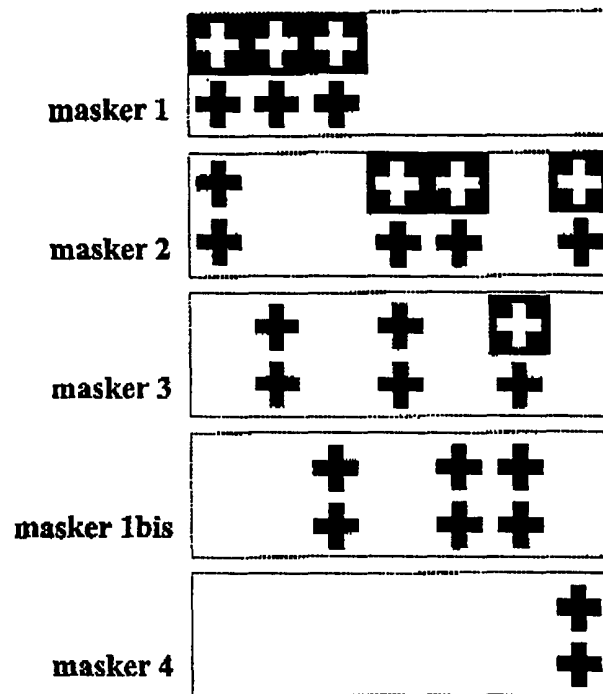
We hebbe 48-41 laten we een masker extra maken (masker 1bis), ofwel v 48-41 de masker, en verdubbelen we de alignment-marges uit t. 48 grote winst in nauwkeurigheid, lijkt het mij beter een ex 48 iaken.

4.2.3 G 50-51 open tekens

Het is meer: n gevuld kruis op het masker te hebben staan en een open: vice versa. In de licht-microscop zien we dan een donker: we moeten uitlijnen op een licht kruisje (open). Dit is duidelijker dan donker op donker of licht op licht. Hiermee kunnen we rekening houden bij het toevoegen van de kruisjes aan ons ontwerp.

Als we echt op zeker willen spelen, kunnen we ook altijd de tweede mogelijkheid voorzien: een gevuld kruis op het masker op een gevuld kruis op de wafer. Dit is handig als we ons vergist hebben bij het plaatsen van de kruisjes, maar ook als een open kruis donker blijkt te zijn in een bepaald materiaal, en een gevuld kruis licht. Hiertoe voegen we gewoon een nieuwe rij toe aan ons alignment-blok, waarin we gevulde kruisjes op gevulde kruisjes plaatsen.

Het uiteindelijke resultaat voor onze alignment-blokken is te zien op figuur 4.4. Deze blokken moeten minstens in de vier hoeken van het masker geplaatst worden. Er is ook een kruisje voor masker 4 voorzien (openen van de bindingsplatformpjes). Daar de bindingsplatformpjes gevormd werden door masker 2, lijnen we masker 4 enkel hier op uit. Zoals eerder gezegd is dit helemaal niet kritiek, daar onze bindingsplatformpjes minstens $150 \cdot 150 \mu\text{m}^2$ groot zijn. De openingen op het masker kunnen we dan bijvoorbeeld $130 \cdot 130 \mu\text{m}^2$ groot nemen.



Figuur 4.4: Alignment-blokken voor de verschillende maskers

4.3 Praktische overwegingen

De wafers die we gaan gebruiken zijn 2" groot. De maskers hebben een standaardafmeting van minimaal 4" op 4". We kunnen dus drie maskers uit ons ontwerp kwijt op hetzelfde fysieke masker. Financieel is dit erg voordelig. Omdat we met vijf verschillende maskers in ons ontwerp zitten, komen we uit op minimaal twee maskers die besteld moeten worden. Op één daarvan hebben we dan nog drie kwadranten vrij.

Hier kunnen we handig gebruik van maken door inversen te voorzien. Dit is nodig als we van positieve resist naar negatieve wensen over te schakelen, of van etsen naar lift-off. Masker 3 en masker 4 zullen niet geïnverteerd moeten worden. Masker 1, masker 2 en masker 1bis zouden we misschien wel graag geïnverteerd hebben. Dit kan dus, zonder extra kosten.

Hoofdstuk 5

Haalbaarheid van de specificaties

In het hoofdstuk over het implementeren van onze structuur (hoofdstuk 3) is er geen sprake meer geweest van de werking als kwantumbit. Enkel de beperkingen opgelegd vanuit de proces-omgeving werden behandeld. In dit hoofdstuk zullen ook de beperkingen vanuit de specificaties van ons systeem bekeken worden (zie paragraaf 2.7.1 p.27).

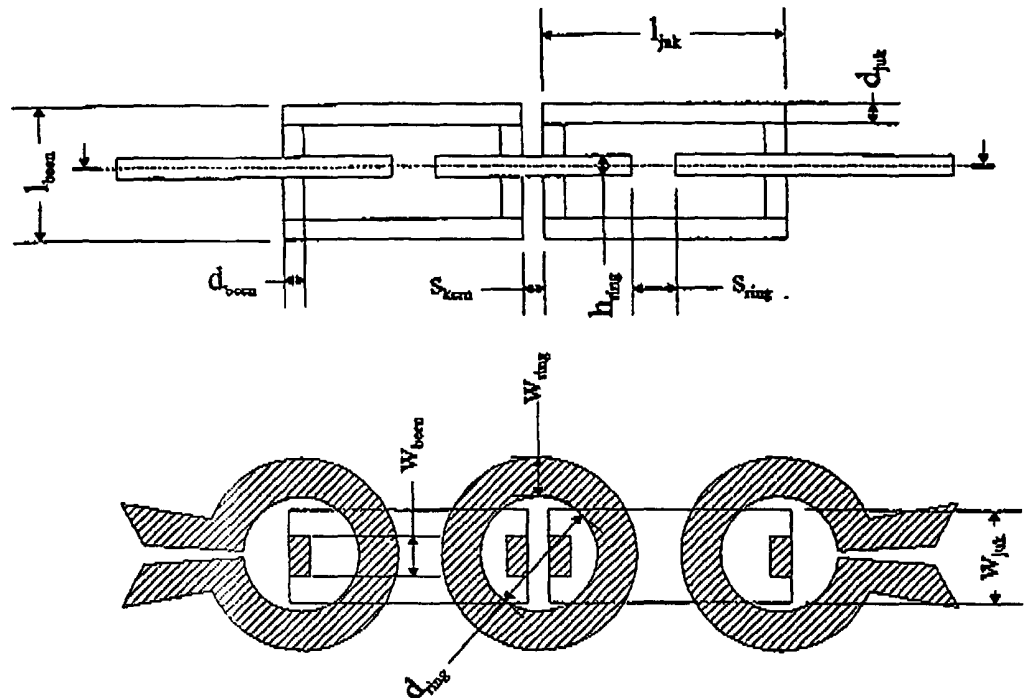
We beginnen met het maken van afschattingen van de geometrische parameters van de verschillende procesopties. In functie van deze gegevens worden conclusies getrokken omtrent de haalbaarheid van de vooropgestelde specificaties. Tenslotte worden er enkele specifieke ontwerpen voorgesteld die voldoen aan de specificaties en die gerealiseerd zouden kunnen worden binnen een in hoofdstuk 3 beschreven proces.

5.1 Dimensionering van de structuur

Op figuur 5.1 worden alle afmetingen aangegeven die belangrijk zijn voor de werking en de implementatie van onze structuur. De bindingsplatformpjes, en de aluminium armen ernaartoe zijn hier niet getekend. De ingangs- en uitgangsring zijn niet bemaat op de tekening. We beschouwen ze voorlopig van dezelfde grootte als de gesloten ring. Deze structuren zullen later nog apart behandeld worden.

De dimensionering van ring en kern was reeds expliciet aanwezig in het vorige hoofdstuk. Er werd bijvoorbeeld aangenomen dat we de ringen zo klein mogelijk wilden. Zoals in dit hoofdstuk zal blijken, is er inderdaad geen enkele reden om grotere ringen te wensen.

Wat we eventueel wel graag wat groter zouden hebben, is de doorsnede van de ferromagnetische kern. Hiertoe werden de parameters w en d ingevoerd (figuur 4.2). In het hoofdstuk over mogelijke processen, werden ook al de diktes van de verschillende lagen gegeven. Meestal kozen we voor die bepaalde dikte



Figuur 5.1: Aanduiding van afmetingen van kwantumring en kern

om het proces zo eenvoudig (en haalbaar) mogelijk te houden. In dit hoofdstuk zullen we nagaan of deze keuzes te verzoenen zijn met de beoogde specificaties.

In tabel 5.1 wordt een waarde toegekend aan alle afmetingen aangeduid op figuur 5.1. De afmetingen die rechtstreeks volgen uit de maskerdimensies (b.v. de breedte w_{ring} van de ring), zijn nauwkeurig bekend, en worden aangegeven in de kolom "maskers". De andere waarden werden afgeschat, in functie van het gebruikte proces. Het zijn schattingen om twee redenen: ten eerste weten we niet zeker welke diktes we precies aan de lagen zullen toekennen (b.v. l_{been} is een schatting, omdat we nog niet weten hoe dik we onze oxidelagen zullen leggen); ten tweede zijn sommige parameters niet precies genoeg te controleren (b.v. de dikte d_{been} van een been), omdat ze afhangen van een kritieke alignement.

Hieronder wordt een overzicht gegeven van de gemaakte schattingen.

- Een hoogte h_{ring} van 200 nm voor de aluminium structuren is makkelijk haalbaar met opdampen en lift-off. Dat deze 200 nm ook volstaat voor de supergeleidende werking, zal verder in dit hoofdstuk worden aangetoond.
- De lengte l_{been} van een been is de som van de dikte van het bovenste en onderste juk, en de dikte van de twee isolatie-lagen (oxide of nitride). Voor proces 1 moesten deze laatste twee best zo dun mogelijk zijn. Daarom schatten we laag1\laag2 op 50\150 nm voor proces 1, en op 200\400 nm voor proces 2 en 3. De totale waarde voor l_{been} werd steeds afgerond op 100 nm.

5.1. DIMENSIONERING VAN DE STRUCTUUR

55

	maskers	proces 1	proces 2	proces 3
d_{ring}	$2 \left(\sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(A + d + \frac{F}{2}\right)^2} + A \right)$	—	—	—
w_{ring}	F	—	—	—
h_{ring}	—	200 nm	200 nm	200 nm
s_{ring}	F	—	—	—
l_{been}	—	300 nm	1.6 μm	1.9 μm
l_{juk}	$d_{ring} + 2F$	—	—	—
w_{been}	w	—	—	—
w_{juk}	$w + 2A$	—	—	—
d_{been}	—	20 nm	$d + \left(\frac{A}{2}\right)^\circ$	$d + \left(\frac{A}{2}\right)^\circ$
d_{juk}	—	40 nm	40 nm \setminus 1 μm	300 nm \setminus 1 μm
s_{kern}	F	—	—	—

 $^\circ$ =enkel als $A \geq 10 \mu\text{m}$

Tabel 5.1: Afmetingen van kwantumring en kern

- In proces 1 gebruiken we geen galvanisatie. Het laagje dat we sputteren is maximaal 50 nm dik. Op de zijwanden van de putjes zal het NiFe altijd dunner liggen dan onderaan en bovenop. Daarom veronderstellen we een dikte d_{been} van 20 nm voor ieder been, en een dikte d_{juk} van 40 nm voor ieder juk.
- Het is niet duidelijk wat de dikte d_{juk} van de bovenste NiFe laag zal (kunnen) zijn bij galvanisatie (proces 2 en 3). Hier werd een waarde van 1 μm opgeplakt, die zeker haalbaar leek.
- In proces 3 dient er een oxidelaag gelegd te worden op de onderste NiFe laag om deze elektrisch te isoleren van de aluminium ringen. Omdat deze oxidelaag vlak gemaakt moet kunnen worden, zal ze minstens even dik moeten zijn dan de NiFe laag eronder. Vandaar dat we de onderste NiFe-laag minder dik kiezen (een voorzichtige 300 nm).
- Voor proces 2 en 3 kunnen we de dikte d_{been} van een been voorzichtig schatten op d . Als we echter steeds grotere veiligheidsmarges gebruiken (zoals in tabel 3.1), wordt dit een veel te pessimistische schatting. Om het geheel iets realistischer te maken, voegen we er een term $\frac{A}{2}$ bij als $A \geq 10 \mu\text{m}$.

Tabel 5.1 zal dienen om tot numerieke informatie te komen over de prestatie van ons systeem. Hierbij dient in het achterhoofd gehouden te worden dat het gaat om een voorzichtige, en dus eerder pessimistische afschatting. Ook

	$F = 1; A = 2$ $d = 1$	$F = 2; A = 4$ $d = 1$	$F = 3; A = 10$ $d = 0$	$F = 6; A = 20$ $d = 0$	(μm) (μm)
$d_{ring} (\mu\text{m})$	11.1	20.2	43.2	86.4	
$w_{ring} (\mu\text{m})$	1	2	3	6	

Tabel 5.2: Laterale afmetingen van de kwantumring ($w = F$)

bij een slechte yield, kunnen steeds de beste exemplaren uit een reeks wafers geselecteerd worden.

5.2 Supergeleidende ringen

De afmetingen van de ring zijn hetzelfde voor alle voorgestelde processen (1, 2 en 3). Zoals uit hoofdstuk 3 blijkt, is de hoogte h_{ring} van de aluminium structuren makkelijk 200 nm. Dit is voldoende vanuit het oogpunt van magnetische veldpenetratie ($\lambda_L = 16$ nm voor aluminium). Inderdaad, in het midden tussen boven- en onderkant, zal het magnetische veld uitgedoofd zijn tot

$$e^{-\frac{100}{16}} \simeq 0.2\%$$

van de grootte van het veld aan de rand.

Voor niobium hebben we:

$$e^{-\frac{100}{39}} \simeq 7.7\%$$

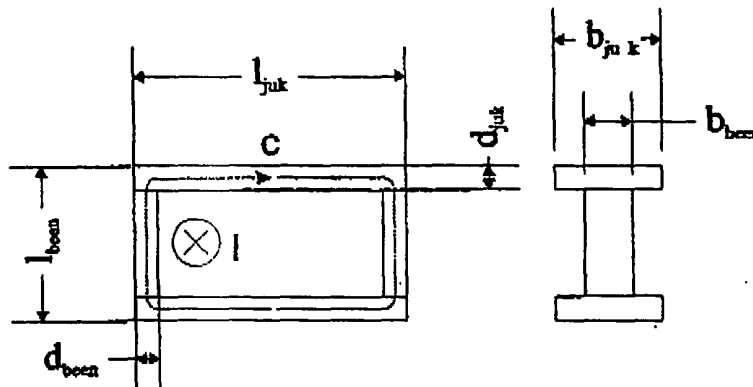
Als we ooit niobium wensen te gebruiken in plaats van aluminium, zal een laag met een dikte van 200 nm niet meer volstaan (of toch verre van ideaal zijn). Om dezelfde uitdoving te verkrijgen als in aluminium, zal de laag $\frac{39}{16} \cdot 200 = 487.5$ nm dik moeten zijn.

Beperkingen op de diameter (d_{ring}) en de breedte (w_{ring}) van de ring worden opgelegd door de lithografie. In tabel 5.2 worden de minimale afmetingen uitgerekend voor de waarden van F en A uit tabel 3.1. Hierin werd w gelijk aan F gesteld (minimaal). Waarom d op 1 μm gesteld werd in de twee eerste gevallen en op 0 in de twee laatste, zal in de volgende paragraaf gerechtvaardigd worden.

Vanuit het oogpunt van coherentielengte, zitten we ook goed met aluminium. Haar coherentielengte van 1.6 μm , is immers nog beduidend tegenover de afmetingen van de ring, zelfs als we te maken hebben met een ring met een buitendiameter van 126 μm (de zekere optie). Met een coherentielengte van 38 nm, scoort niobium ook op dit vlak minder goed.

5.3. WEDERZIJDSE INDUCTANTIE L_{KERN}

57



Figuur 5.2: De ferromagnetische kern

5.3 Wederzijdse inductantie L_{kern}

We veronderstellen dat de wederzijdse inductantie tussen ingangsring en kwantumring (alsook tussen kwantumring en uitgangsring) volledig bepaald wordt door de ferromagnetische kern.

De bijkomende wederzijdse inductie die we verkrijgen via een \vec{B} -veld door de lucht, is een welkome extra koppeling. We maken dus geen te optimistische benadering van de werkelijkheid door deze weg te laten. In deze paragraaf wordt een geschatte waarde aan deze inductantie L_{kern} toegekend.

5.3.1 Afleiding en gemaakte benaderingen

We veronderstellen dat de magnetische flux door de kern overal dezelfde is (er is m.a.w. nergens een lekflux in of uit het ferromagnetisch materiaal). Gezien de hoge permeabiliteit van het materiaal is dit een goede benadering van de werkelijkheid. Dit heeft als gevolg dat het \vec{H} -veld steeds loodrecht staat op de doorsnede van de kern, en dus parallel aan contour C (figuur 5.2). Langs deze contour passen we de wet van Ampère toe:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \oint_C H dl = I \quad (5.1)$$

met $H = |\vec{H}|$ en $dl = |d\vec{l}|$.

Verder veronderstellen we dat het magnetisch veld weinig varieert over een willekeurige doorsnede van de kern. We kunnen dan schrijven dat:

$$\Phi = B(l) \cdot O(l) \quad (5.2)$$

met O de oppervlakte van de lokale doorsnede, l de positie op contour C, en B de grootte van het uniforme \vec{B} -veld over die doorsnede. Deze veronderstelling impliceert twee andere veronderstellingen:

- De dikte van de kern (d_{been} en d_{juk}) is klein t.o.v. de weglengte van de flux door de kern. Hieraan is voldaan door zowel juk als been.
- De doorsnede van de kern moet overal continu zijn. Aan de overgang tussen juk en been, zien we dat hier niet aan voldaan is.

Om deze laatste reden, en om het onszelf gemakkelijk te maken, stellen we de magnetisch effectieve breedte van het juk gelijk aan dat van het been. Het is goed om weten dat de werkelijke magnetische geleidbaarheid van onze kern dus steeds ietsje groter zal zijn dan hier voorspeld. Daar

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} \quad (5.3)$$

wordt de wet van Ampère (5.1), samen met (5.2) en alle hieraan verbonden verbonden veronderstellingen:

$$\oint_C \frac{\Phi}{\mu(l)O_{eff.}(l)} dl = I \quad (5.4)$$

Dit geeft aanleiding tot de magnetische-kringvergelijking, of de wet van Hopkinson:

$$\Phi = \frac{I}{\oint_C \frac{dl}{\mu(l)O_{eff.}(l)}} = \frac{I}{R_m} = L_{kern} I \quad (5.5)$$

Met R_m de magnetische reluctantie, de tegenhanger van de elektrische weerstand uit de Ohmse kring. In het meest algemene geval van figuur 5.2, is de reluctantie van onze kern gelijk aan:

$$R_m = \frac{l_{been1}}{\mu O_{been1}} + \frac{l_{juk1}}{\mu O_{juk1}} + \frac{l_{been2}}{\mu O_{been2}} + \frac{l_{juk2}}{\mu O_{juk2}} + \frac{l_{luchtspleet1}}{\mu_0 O_{been1}} + \frac{l_{luchtspleet2}}{\mu_0 O_{been2}} \quad (5.6)$$

een serieschakeling dus van de verschillende onderdelen van onze kern. We hebben hier voor de lengtes van been en juk, steeds de buitenafmetingen van de kern genomen (zie figuur 5.2). Eigenlijk hadden we de lengtes van de kromme C moeten volgen, deze zijn iets korter dan de buitenafmetingen. Maar in het licht van de andere afschattingen die we al maakten (tabel 5.1), doet deze onnauwkeurigheid weinig terzake.

5.3.2 Berekening

In het meer specifieke geval van de kernen van onze kwantumbit, kunnen we de zaken vereenvoudigen.

Gebruik makend van bovenstaande argumenten, stellen we de magnetisch effectieve breedte van zowel juk als been gelijk aan $w = w_{been}$.

De twee benen zijn steeds identiek, de twee jukken kunnen verschillen in hun dikte.

5.3. WEDERZIJDSE INDUCTANTIE L_{KERN}

59

Als we geen chroom gebruiken voor de etsstop dan wordt de reluctantie (5.6):

$$R_m = \frac{2l_{been}}{\mu_0\mu_r d_{been}w} + \frac{l_{juk}}{\mu_0\mu_r d_{juk1}w} + \frac{l_{juk}}{\mu_0\mu_r d_{juk2}w} \quad (5.7)$$

Als er chroom gebruikt wordt in de kern, komt er een extra term bij:

$$R_m = \frac{2l_{been}}{\mu_0\mu_r d_{been}w} + \frac{l_{juk}}{\mu_0\mu_r d_{juk1}w} + \frac{l_{juk}}{\mu_0\mu_r d_{juk2}w} + \frac{2l_{luchtspleet}}{\mu_0 d_{been}w} \quad (5.8)$$

We kunnen dit verder uitschrijven in functie van de parameters uit tabel 5.1 en verkrijgen

$$R_m(w, d) = \frac{2}{\mu_0\mu_r w} \left(\sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(A + d + \frac{F}{2}\right)^2} + A + F \right) \left(\frac{1}{d_{juk1}} + \frac{1}{d_{juk2}} \right) + \frac{2l_{been} + 2\mu_r l_{luchtspleet}}{\mu_0\mu_r w(d + \frac{A^\circ}{2})} \quad (5.9)$$

$$(\text{proces 1} : d + \frac{A^\circ}{2} \rightarrow 20 \text{ nm})$$

We hebben R_m geschreven als een functie van w en d omdat dit de dimensies zijn die we zullen veranderen als we de inductantie willen opdrijven. Om het verloop van deze functie te onderzoeken, bekijken we eerst zijn limieten:

$$\lim_{w \rightarrow 0} R_m(w) = \infty \quad (5.10)$$

$$\lim_{w \rightarrow \infty} R_m(w) = \frac{1}{\mu_0\mu_r} \left(\frac{1}{d_{juk1}} + \frac{1}{d_{juk2}} \right) \quad (5.11)$$

$$\lim_{d \rightarrow 0} R_m(d) = \frac{4l_{been} + 4\mu_r L_{luchtspleet}}{\mu_0\mu_r w A^\circ} \quad (5.12)$$

$$\lim_{d \rightarrow \infty} R_m(d) = \infty \quad (5.13)$$

We zien gemakkelijk in dat R_m monotoon dalend is in functie van w : hoe groter w , hoe groter de inductantie. De limiet voor w naar oneindig geeft de maximale inductantie die kan bereikt worden in een bepaald proces. Zoals we zien is deze onafhankelijk van de parameters A en F . Ze is ook onafhankelijk van $l_{luchtspleet}$ en d , de andere variabele. De enige toegevoegde waarde die een optimalisatie van deze laatste twee kan bieden, is een snellere convergentie naar de limietwaarde. Deze limietwaarde hangt enkel af van de diktes van de jukken en de eigenschappen van het magnetisch materiaal. Dit zijn dus de ultieme parameters om de inductantie op te krikken.

Voor een vaste waarde van w kan niet met zekerheid gezegd worden dat R_m monotoon stijgend is in functie van d : dit zal afhangen van de andere

	zonder etsstop					
	minimale implementatie ($w = F$)					limiet
	$F = 1; A = 2$	$F = 2; A = 4$	$F = 3; A = 10$	$F = 6; A = 20$	(μm)	
	$d = 1$	$d = 1$	$d = 0$	$d = 0$	(μm)	
proces 1	9.2	10	7.5	7.6		125.7
proces 2	18	20	15	15		241.7
proces 3	104	115.8	88.1	88.3		1450

	met 5 nm etsstop					
	minimale implementatie ($w = F$)					limiet
	$F = 1; A = 2$	$F = 2; A = 4$	$F = 3; A = 10$	$F = 6; A = 20$	(μm)	
	$d = 1$	$d = 1$	$d = 0$	$d = 0$	(μm)	
proces 1	0.2	0.5	0.7	1.3		125.7
proces 2	7.5	11.1	13.7	14.5		241.7
proces 3	11.2	20.6	60	79.1		1450

$$\mu_r = 50000$$

Tabel 5.3: Inductantie L_{kern} in 10^{-11} H

parameters in de vergelijking. Hiervoor kan het minimum berekend worden in functie van de andere parameters. Als dit minimum in het gebied $d > 0$ ligt, dan is er een kleinere reluctantie mogelijk dan aangegeven door de limiet naar nul uit (5.13). We kunnen makkelijk inzien dat de optimale waarde voor d sterk afhankelijk zal zijn van A° . Omdat deze laatste een grote onzekerheid op zichzelf is, heeft het weinig zin om een optimale waarde voor d te zoeken. Experimenteren in Excel leert dat zolang d niet te dicht bij nul komt, deze geen orde-grootteverschillen veroorzaakt in de kerninductantie. Het is dus eerder een kwestie van een minimale waarde aan d toe te kennen, en niet een optimale.

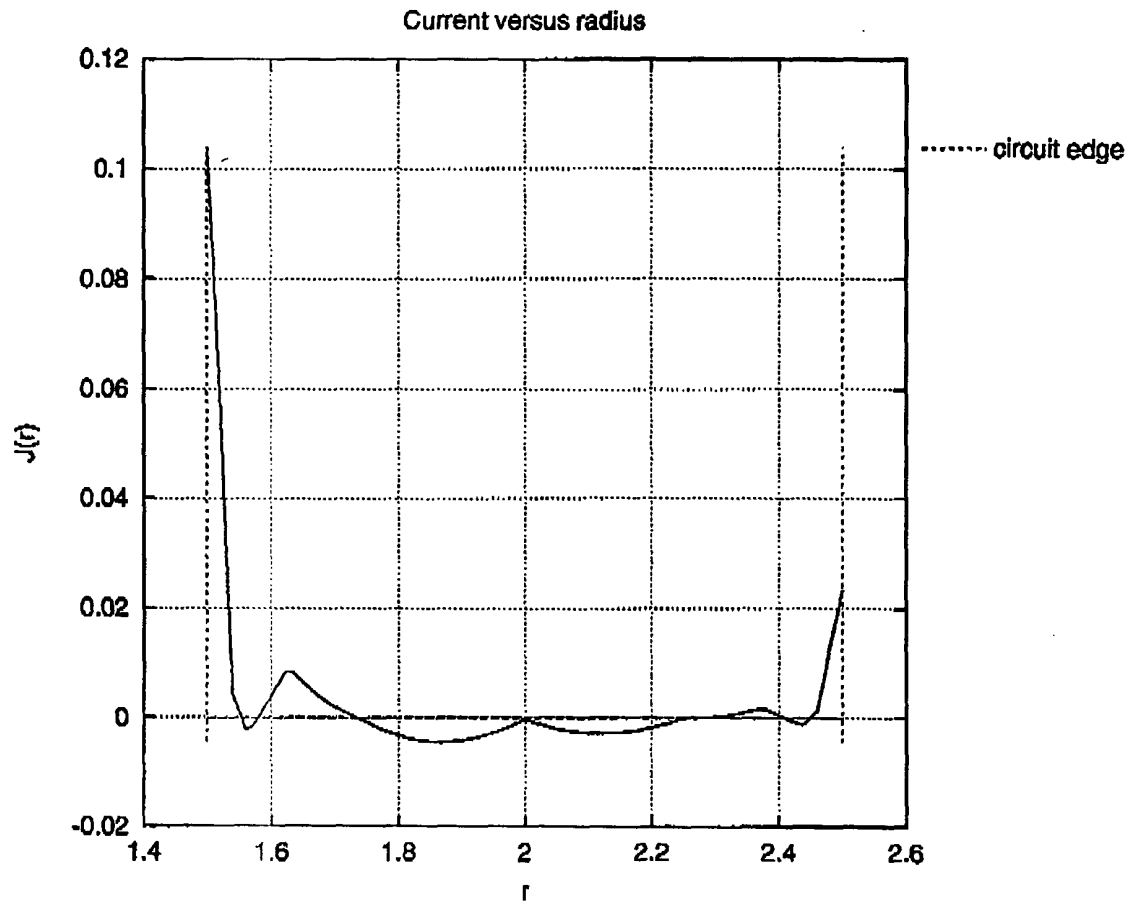
Voor de gevallen waar we $A^\circ = 0$ gesteld hebben (de situaties "minimaal" en "realistisch"), volstaat een d van $1 \mu\text{m}$. Het opkrikken van deze d heeft vooral een voelbaar effect als er een luchtspleet aanwezig is in de kern. Het is dan zelfs zo dat we veel winnen door $d = 2 \mu\text{m}$ te nemen. Voor de gevallen dat $A^\circ \neq 0$ mag d nul blijven: de nodige overlap wordt al gecreëerd door A° .

Bovenstaande beschouwingen over de parameter d zijn enkel zinvol in het geval we proces 2 of 3 gebruiken. Als we proces 1 gebruiken, heeft het geen zin om d groter dan nul te maken. Anderzijds doet het ook weinig kwaad.

Tabel 5.3 geeft berekende waarden voor de inductantie van de kern bij een minimale implementatie (dus $w = F$), en vergelijkt deze met de maximaal haalbare (de limietwaarde). Dit zowel voor kernen met luchtspleet, als zonder luchtspleet. Voor de procesparameters werden de geschatte waarden uit tabel 5.1 gebruikt. We nemen $d = 1 \mu\text{m}$ als $A^\circ = 0$ en rekenen met een μ_r van 50000.

5.4. INVOER: TOEVOEGEN VAN EEN FLUXKWANTUM

61

Figuur 5.3: Stroomdichtheid in een kwantumring in toestand $|1\rangle$, in $A/(\mu m)^2$

5.4 Invoer: toevoegen van een fluxkwantum

In deze paragraaf willen we nagaan welke ingangsstroom er nodig is om één fluxkwantum toe te voegen aan de flux door de kwantumring. Anders gesteld: bij welke flux door de ingangskern, wordt de supergeleidende toestand vernietigd? We controleren ook of deze flux door onze kern kan gevoerd worden zonder dat deze in verzadiging gaat.

5.4.1 Stroom in de supergeleidende ring

Zoals we weten, vervaalt het \vec{B} -veld exponentieel binnenin een supergeleider (figuur 2.2 p.18), dus

$$B_z(x) = B_0 e^{-x/\lambda_L} \quad (5.14)$$

62 HOOFDSTUK 5. HAALBAARHEID VAN DE SPECIFICATIES

Als we dit invullen in de Maxwellvergelijking $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$, dan volgt

$$J_y(x) = \frac{B_0}{\mu_0 \lambda_L} e^{-x/\lambda_L} \quad (5.15)$$

Dit exponentiële verval vinden we ook terug in een simulatie met Geert's programma (figuur 5.3). Als we deze plot kwalitatief bekijken, zien we een grote oppervlaktestroom aan de binnenkant van de ring, een kleine oppervlaktestroom aan de buitenkant van de ring, en praktisch geen stroom binnenin. De binnenstroom vloeit om het fluxkwantum te onderhouden. De buitenstroom vloeit om het veld binnenin de geleider nul te houden.

In wat volgt beschouwen we enkel nog de binnenste oppervlaktestroom. Deze is gelijk aan de integraal van de stroomdichtheid (5.15) over de doorsnede van de ring:

$$I = \frac{B_0}{\mu_0 \lambda_L} h_{ring} \int_0^\infty e^{-x/\lambda_L} dx = \frac{B_0 h_{ring}}{\mu_0} \quad (5.16)$$

Als B_0 de kritieke waarde B_c bereikt, zal de supergeleidende toestand vernietigd worden. Volgens (5.16) komt hiermee een stroom overeen:

$$I_c = \frac{B_c h_{ring}}{\mu_0} \simeq 1.7 \text{mA (voor 200nm Al)} \quad (5.17)$$

$$\simeq 63 \text{mA (voor 400nm Nb)} \quad (5.18)$$

5.4.2 Zelfinductantie L van de ring

Wat we nu nog nodig hebben om de benodigde kernflux te berekenen, is de flux die geïnduceerd wordt door deze stroom. Hiervoor moeten we de zelfinductantie van de kwantumring (met twee kernen erdoor) kennen,

De zelfinductantie van een kwantumring zonder kern manifesteert zich vooral aan de randen van de ring, waar het magnetisch veld groot is. De geïnduceerde veldsterkte verval immers volgens $1/r$ als we ons verder van de stroomvoerende geleider verwijderen. De vorm van de doorsnede van de ring (rechthoekig) en de stroomverdeling (oppervlaktestromen), zijn erg belangrijk bij het berekenen van deze inductantie.

Als er midden in de ring een kern geplaatst wordt, met inductantie L_{kern} , zal het \vec{B} -veld plaatselijk toenemen. Daar de doorsnede van de kern relatief klein is tegenover de oppervlakte omsloten door de kern, en daar de kern zich relatief ver van de stroomvoerende randen van de ring bevindt, kunnen we aannemen dat de lekflux (flux die niet door de kern gaat) dezelfde blijft als bij een ring zonder kern. De twee inductanties worden dus gewoon bij elkaar opgeteld.

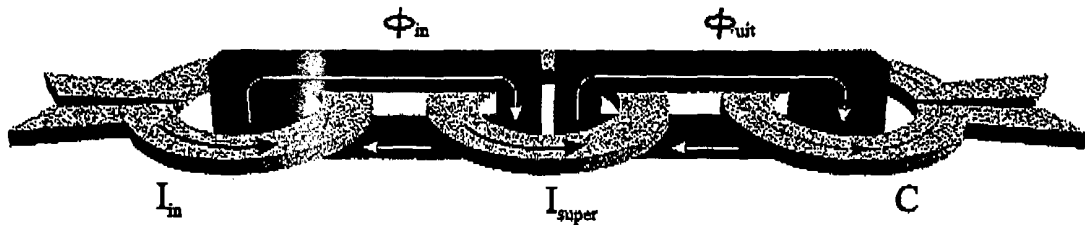
$$L = 2L_{kern} + L_{lek} \quad (5.19)$$

Om tot een benaderende waarde te komen voor deze L_{lek} werd het programma "Coil", geschreven door Steve Moshier, gebruikt [6]. Dit programma

5.4. INVOER: TOEVOEGEN VAN EEN FLUXKWANTUM

63

	$d_{ring}(\mu m)$			
	11.1	20.2	43.2	86.4
Al(200nm)	3.4	7	17	38
Nb(400nm)	2.9	6.1	15	34

Tabel 5.4: Inductantie L_{lek} in 10^{-11} H

Figuur 5.4: tekenconventies: zin van pijl is positief

is in staat de zelfinductantie van verschillende vormen van spoelen (zoals gebruikt in vermogen-toepassingen) uit te rekenen. En dit volgens nauwkeurige formules, zo beweert men in de bijlage. In tabel 5.4 wordt het resultaat voor de verschillende ringafmetingen getoond. Het programma veronderstelt een oneindig smalle ring (oppervlaktestroom). De minimale geometrische afmeting die kan ingevoerd worden in dit programma is 100 nm, zodat 200 nm als dikte voor de ring gebruikt werd voor Al, en 400 nm voor Nb. Dit toont aan dat we hier met kleinere dimensies aan het werken zijn dan waarvoor het programma bedoeld is. De nauwkeurigheid van deze resultaten valt dus in twijfel te trekken, maar we rekenen er toch op dat ze binnen de juiste ordegrrootte vallen.

5.4.3 Benodigd ingangssignaal

Met deze gegevens kan uiteindelijk de ingangsflux berekend worden die nodig is om een stroom I_c te bereiken in de kwantumring.

Zolang de ring supergeleidend is geldt voor de flux die hij onderhoudt (We gebruiken de tekenconventies van figuur 5.4):

$$\Phi_{ring} = s\Phi_0 = LI_{super} - \Phi_{in} \quad (5.20)$$

Om de ring een fluxkwantum te doen verspringen moeten we dus een ingangsflux aanleggen zodat:

$$\Phi_{in} = LI_c - s\Phi_0 \quad (5.21)$$

64 HOOFDSTUK 5. HAALBAARHEID VAN DE SPECIFICATIES

Deze ingangsflux correspondeert met de ingangsstroom volgens de relatie:

$$I_{in} = \frac{\Phi_{in}}{L_{kern}} = \frac{L_{lek}I_c - s\Phi_0}{L_{kern}} + 2I_c \quad (5.22)$$

De totale magnetische flux die door de kern vloeit is gegeven door:

$$\Phi_{kern} = \Phi_{in} - L_{kern}I_c = (L_{kern} + L_{lek})I_c - s\Phi_0 \quad (5.23)$$

De maximale veldsterkte in de kern is

$$B_{max} = \frac{\Phi_{kern}}{w \min(d_{juk}, d_{been})} \quad (5.24)$$

Deze grootheden werden uitgerekend in tabel 5.5 voor een overgang van $s = 0$ naar $s = -1$. We zien onmiddellijk dat de benodigde magnetische veldsterkte in de kern onaanvaardbaar hoog wordt.

5.4.4 Reduceren van B_{max}

Als we $s = 0$ stellen, kunnen we (5.24) m.b.v. (5.23) verder uitschrijven tot

$$B_{max} = \frac{L_{kern} + L_{lek}}{w \min(d_{juk}, d_{been})} I_c \quad (5.25)$$

I_c in deze vergelijking staat vast, die kunnen we niet veranderen¹. Wat we wel kunnen veranderen is de inductantie (teller) en de kleinste doorsnede van de kern (noemer). We zoeken nu naar de limiet, de kleinste mogelijke B_{max} die we kunnen bereiken. Om te beginnen kunnen we dan L_{lek} nul veronderstellen.

Om de breuk zo klein mogelijk te maken, moet de doorsnede van de kern overal hetzelfde zijn, dus $d_{juk} = d_{been} = d$. Immers, als we van deze gelijkheid afwijken, wordt de teller groter of de noemer kleiner. De veronderstelling $d_{juk} = d_{been} = d$ impliceert $A = 0$, en dus dat we juk en been perfect op elkaar kunnen uitlijnen.

We houden F verschillend van nul, omdat we toch nog een minimale scheiding tussen onze ringen en kernen wensen. Ook de marge tussen kern en been (vroeger A), maken we nu F .

De reluctantie R_m van de kern wordt dan

$$R_m(w, d) = \frac{2}{\mu_0 \mu_r w d} \left(2 \sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(d + \frac{F}{2}\right)^2} + 4F + 2l_{been} + 2\mu_r l_{luchtspleet} \right) \quad (5.26)$$

¹Voor Nb is I_c ongeveer een factor 30 groter dan voor Al. Als we Nb wensen te gebruiken, zal het nog moeilijker worden om B_{max} binnen te perken te houden.

5.4. INVOER: TOEVOEGEN VAN EEN FLUXKWANTUM

65

		zonder etsstop			
		$F=1; A=2$	$F=2; A=4$	$F=3; A=10$	$F=6; A=20$
		$d=1$	$d=1$	$d=0$	$d=0$
Φ_{in} in aantal Φ_0	proces 1	176	220	259	430
	proces 2	323	378	375	545
	proces 3	1706	1926	1560	1733
I_{in} in mA	proces 1	4	4.5	7.1	11.7
	proces 2	3.7	3.9	5.3	7.7
	proces 3	3.4	3.4	3.7	4.1
B_{max} in T	proces 1	10.5	7.2	7	6.4
	proces 2	9.1	5.6	4.4	3.7
	proces 3	6	3.4	2	1.2

		met 5 nm etsstop			
		$F=1; A=2$	$F=2; A=4$	$F=3; A=10$	$F=6; A=20$
		$d=1$	$d=1$	$d=0$	$d=0$
Φ_{in} in aantal Φ_0	proces 1	31.4	64.2	148.3	327.1
	proces 2	147.8	235.8	357.8	540.1
	proces 3	208.5	389.9	1106.7	1583.6
I_{in} in mA	proces 1	26.6	27.8	44.8	53.8
	proces 2	4.1	4.4	5.4	7.7
	proces 3	3.8	3.9	3.8	4.1
B_{max} in T	proces 1	3	3.1	4.9	5.5
	proces 2	4.5	3.8	4.3	3.7
	proces 3	0.8	0.8	1.4	1.1

$$\mu_r = 50000$$

$$|0\rangle \rightarrow |-1\rangle$$

Tabel 5.5: Benodigd ingangssignaal en consequenties

en de te maximaliseren functie:

$$f(w, d) = wdR_m(w, d) = \frac{2}{\mu_0\mu_r} \left(2\sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(d + \frac{F}{2}\right)^2} + 4F + 2l_{\text{been}} + 2\mu_r l_{\text{luchtspleet}} \right) \quad (5.27)$$

We zien dat we deze willekeurig groot kunnen maken door w en d (dus de doorsnede van de kern) op te drijven. Maar als we w en/of d opdrijven, zal de diameter van de ring ook groter worden. Een grotere diameter geeft dan weer aanleiding tot een grotere L_{lek} , wat de convergentie naar een kleinere B_{max} vertraagt (zie formule (5.25)). Het is dus belangrijk dat we de oppervlakte binnen de ring zo efficiënt mogelijk gebruiken, om de verhouding $L_{\text{kern}}/L_{\text{lek}}$ zo groot mogelijk te houden.

Proces 1 is niet erg geschikt: een smalle lijn van 20 nm als kerndoorsnede (of zelfs twee van 20 nm) maakt zeer slecht gebruik van de beschikbare oppervlakte. Proces 2 is evenmin geschikt, daar de dikte van het benedenjuk beperkt blijft tot 40 nm. Het een dikker maken dan dit juk verergert de zaak alleen maar (zie formule (5.25)). Als we proces 1 of 2 willen gebruiken, moet de diameter van de ring zo groot worden (millimeters) dat de kerninductantie in het niets verdwijnt tegenover de lekinductantie. Hierdoor wordt het onmogelijk om de flux door de ring te bepalen d.m.v. M.F.M. daar de flux door de kernen maar een fractie is van de totale flux. Bovendien is een millimeter een te grote dimensie voor een M.F.M.-scan.

Deze grote lekflux is nog problematischer voor de coherentie van een toekomstige kwantumcomputer (koppeling tussen de bits). Als beste alternatief blijft dus over: proces 3.

5.4.5 Breedte van de ingangsring

De ingangsring zal ongeveer een stroom $2I_c$ moeten dragen om een fluxkwantum toe te voegen (5.22). Daar $P = I^2 R$, is het verstandig om de ingangsring zo breed mogelijk te maken om opwarming in de cryostaat te vermijden.

Als we een stroomdichtheid van $1 \text{ mA}/\mu\text{m}^2$ vooropstellen als limiet, dan betekent dit dat onze ingangsring ongeveer $9 \mu\text{m}$ breed moet zijn voor aluminium, en ongeveer $158 \mu\text{m}$ voor Nb. Dan nog zal voor Nb de warmte-dissipatie een factor 5 groter zijn dan bij Al, vanwege zijn grotere resistiviteit.

We kunnen het vermogen uitrekenen voor $I = 2I_c$ en verkrijgen voor een aluminium ring met een binnendiameter van $100 \mu\text{m}$ en een breedte van $9 \mu\text{m}$, een warmte-dissipatie van ongeveer $15 \mu\text{W}$.

5.5. BESLUITEN UIT DIT HOOFDSTUK

67

5.5 Besluiten uit dit hoofdstuk

Samenvattend hebben we volgende punten waar we op moeten letten bij het ontwerp van ringen en kern:

1. Maak de doorsnede van de kern overal gelijk, en zo groot mogelijk. Het is de kleinste doorsnede die telt bij het bepalen van B_{max} .
2. Maak zo efficiënt mogelijk gebruik van de beschikbare oppervlakte binnen de ring, om zo de ringdiameter en bijgevolg L_{lek} zo klein mogelijk te houden. Daarom moet gestreefd worden naar een zo dik mogelijk beneden- en bovenjuk (en dus gebruik gemaakt worden van proces 3). Dit is ook belangrijk voor de koppeling tussen de bits (maximalisatie van L_{kern}/L_{lek}).
3. Een luchtspleet helpt B_{max} verlagen, maar ze verkleint L_{kern}/L_{lek} (maakt de coherentie slechter).
4. De ingangsring is best tenminste $9 \mu m$ breed (om de limiet van $1 mA/\mu m^2$ niet te overschrijden).

In tabel 5.6 worden enkele voorstellen gedaan (in proces 3), die rekening houden met bovenstaande regels. We zien hier duidelijk de uitwisseling van coherentie (L_{kern}/L_{lek}) voor het verminderen van (B_{max}) als we de luchtspleet groter maken. Het chroom dient dus niet langer als etsstop, maar om de inductantie van de kern te verlagen, zonder aan de doorsnede ervan te raken.

Voor onze voorlopige toepassing, één enkele kwantumbit, is coherentie van ondergeschikt belang.

$w = 100 \mu\text{m}; 50\text{nm chroom (luchtspleet)}$					
	$F = 1; A = 2$	$F = 2; A = 4$	$F = 3; A = 10$	$F = 6; A = 20$	(μm)
	$d = 5$	$d = 5$	$d = 0$	$d = 0$	(μm)
d_{ring}	105	110	123	150	(μm)
B_{max} (T)	0,243	0,238	0,229	0,295	
I_{in} (mA)	3,4	3,4	3,4	3,4	
$L_{\text{kern}}/L_{\text{lek}}$	9,1	8,6	7,2	7,4	

$w = 100 \mu\text{m}; 200\text{nm chroom (luchtspleet)}$					
	$F = 1; A = 2$	$F = 2; A = 4$	$F = 3; A = 10$	$F = 6; A = 20$	(μm)
	$d = 5$	$d = 5$	$d = 0$	$d = 0$	(μm)
d_{ring}	105	110	123	150	(μm)
B_{max} (T)	0,082	0,082	0,081	0,113	
I_{in} (mA)	3,4	3,4	3,4	3,4	
$L_{\text{kern}}/L_{\text{lek}}$	3	2,9	2,5	3,3	

$$\mu_r = 50000$$

$$|0\rangle \rightarrow |-1\rangle$$

Tabel 5.6: Kenmerken van kernen en ingangssignaal in proces 3

Hoofdstuk 6

Het uitgangssignaal

Een M.F.M.-meting vormt een eerste fase in het aantonen van de werking als kwantumbit. De uiteindelijke bedoeling is om de toestand van de bit uit te lezen met de uitgangsring.

In dit hoofdstuk wordt een schatting gemaakt van de signaalsterkte die we kunnen verwachten uit de uitgangsring. Er worden ook mogelijkheden voorgesteld om het uitgangssignaal op te krikken.

6.1 Geïdealiseerd uitgangssignaal

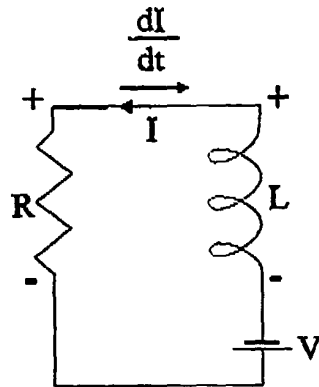
Zoals reeds uitgelegd in paragraaf 2.3, geeft het elektrisch signaal op de uitgangsring ons enkel informatie over het tijdsveranderlijk gedrag van de stroom door de kwantumring. In deze paragraaf is de situatie geïdealiseerd in die zin dat we veronderstellen dat de magnetische domeinen in de kern de variatie in stroom ogenblikkelijk kunnen volgen.

De derde vergelijking van Maxwell zegt (we gebruiken nog steeds de tekenconventies van figuur 5.4 p. 63):

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\partial \Phi_{uit}}{\partial t} \quad (6.1)$$

Het is deze e.m.k. die we wensen te meten. De (capacitieve) stroompuls in de uitgangsring die hiermee gepaard gaat, verwaarlozen we tegenover de stroom in de kwantumring. We brengen m.a.w. de invloed van deze stroom niet in rekening wanneer we het hebben over de flux door de kwantumring. Of dit een realistische benadering is of niet, zal o.a. afhangen van de belasting die we aan onze uitgangsring hangen (we veronderstellen hier een open keten).

Er kan ook opgemerkt worden dat wanneer ingangskern en uitgangskern dezelfde dimensies hebben, het maximale veld in de uitgangskern steeds kleiner is dan dat in de ingangskern, daar $L_{kern} I_c < (L_{kern} + L_{lek}) I_c$ (zie vergelijking 5.23). Hierover hoeven we ons dus geen zorgen te maken.



$$\begin{aligned}
 R &= \frac{\rho\pi(d_{ring} + \xi_0)}{h_{ring}\xi_0} \\
 L &= 2L_{kern} + L_{lek} \\
 V &= L_{kern} \frac{\partial I_{in}}{\partial t} = aL_{kern} \\
 I(t=0) &= I_c
 \end{aligned}$$

Figuur 6.1: Equivalent circuit voor een kwantumring in niet-supergeleidende toestand

6.1.1 Achtergrondsignaal

Zolang de kwantumring supergeleidend is, krijgen we volgend uitgangssignaal (zie (5.20)):

$$U_a = L_{kern} \frac{\partial I_{super}}{\partial t} = \frac{L_{kern}}{L} \frac{\partial \Phi_{in}}{\partial t} \quad (6.2)$$

Als we de ingangsstroom lineair laten toenemen in de tijd, volgens $I_{in}(t) = at$ wordt dit:

$$U_a = \frac{(L_{kern})^2}{L} \frac{\partial I_{in}}{\partial t} = \frac{a(L_{kern})^2}{L} \quad (6.3)$$

6.1.2 Stroomvariatie bij fluxverspringing

Als de supergeleidende toestand vernietigd wordt in kwantumring, ontstaat er (plaatselijk) een klassieke stroom in de kwantumring (zie paragraaf 2.4 p. 24). Deze stroomt zwakt af, maar verandert niet plots vanwege de zelfinductantie van de ring. We kunnen de situatie voorstellen zoals in het circuit op figuur 6.1.

R is de weerstand van de ring. Voor deze weerstand gebruiken we de bekende formule $R = \rho \cdot \text{lengte}/\text{doorsnede}$. Omdat de afstand waarover de niet-supergeleidende toestand zich uitstrekt bepaald wordt door de coherentielengte ξ_0 , nemen we deze als breedte van de weerstand¹. Als hoogte voor onze ringweerstand nemen we h_{ring} en als lengte de omtrek van de cirkel met diameter

¹Alternatief zou men kunnen argumenteren dat de stroom voor het grootste deel aan het oppervlak vloeit, en dat daarom de penetratiediepte λ_L dient gebruikt te worden als breedte voor de weerstand. Dit is inderdaad een sterk argument, en het kan nuttig zijn de berekeningen ook voor dit geval te maken. In een werkelijke, niet vereenvoudigde situatie zullen beide grootheden hun invloed hebben

6.1. GE"IDEALISEERD UITGANGSSIGNAAL

71

	d_{ring} (μm)			
	105	110	123	150
Al (200 nm)	29	31	35	44
Nb (400 nm)	3411	3629	4095	5160

$$\rho_{Al} = 2.78 \cdot 10^{-2} \Omega \mu\text{m} \text{ (295K)}$$

$$\rho_{Nb} = 15.4 \cdot 10^{-2} \Omega \mu\text{m} \text{ (295K)}$$

Tabel 6.1: Weerstand in een ring met breedte ξ_0 (in Ω)

($d_{ring} + \xi_0$). In tabel 6.1 wordt de weerstand van de ring uitgerekend voor de ringdiameters uit tabel 5.6.

V is een DC e.m.k., geïnduceerd door de ingangsflux (de ingangsstroom blijft nog steeds lineair toenemen). Het verloop van de stroom in de kwantumring wordt beschreven door volgende differentiaalvergelijking:

$$L \frac{\partial I}{\partial t} + RI = V \quad (6.4)$$

Met de beginvoorwaarde $I(t=0) = I_c$, heeft deze als oplossing:

$$I(t) = (I_c - \frac{V}{R})e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V}{R} \quad (6.5)$$

6.1.3 Golfvorm aan de uitgang

Hiermee kan de golfvorm in de uitgangsring berekend worden (6.1):

$$U_{sig}(t) = L_{kern} \frac{\partial I}{\partial t} = -(I_c - \frac{V}{R})R \frac{L_{kern}}{L} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (6.6)$$

Het is het verschil tussen dit signaal en het DC-voltage van (6.3) waaruit we moeten kunnen opmaken dat er een fluxkwantum toegevoegd (afgenomen) werd:

$$U_a - U_{sig} = (I_c - \frac{aL_{kern}}{R})R \frac{L_{kern}}{L} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{a(L_{kern})^2}{L} \quad (6.7)$$

We zien dat een grote verhouding van L_{kern} tot L_{lek} gunstig is voor de signaalssterkte. Dit is perfect te verzoenen met een grote totale L .

De piek van het signaal valt op $t = 0$:

$$U_a - U_{piek} = \frac{L_{kern}}{L} RI_c \simeq \frac{RI_c}{2} \simeq \frac{\pi B_c \rho d_{ring}}{2\mu_0 \xi_0} \quad (6.8)$$

Als we L_{lck} verwaarlozen, wordt dit

$$U_a - U_{piek} = \frac{RI_c}{2} \simeq \frac{\pi B_c \rho d_{ring}}{2\mu_0 \xi_0} \quad (6.9)$$

$$\frac{\pi B_c \mu_0 \rho}{2\xi_0} \simeq 0.22 \text{mV}/\mu\text{m} \text{ (voor Al)} \quad (6.10)$$

$$\simeq 1003 \text{mV}/\mu\text{m} \text{ (voor Nb)} \quad (6.11)$$

De piek per ringdiameter kan dus beschouwd worden als een eigenschap van het supergeleidend materiaal.

De duur T_{sig} van het uitgangssignaal wordt bepaald door de tijd die nodig is om de flux door de ring een fluxkwantum te veranderen. De stroom daalt totdat de totale flux een fluxkwantum gestegen (gezakt) is. Dit gebeurt als voldaan is aan de voorwaarde (zie (5.20) en (5.21)):

$$\Phi_{ring} = (s-1)\Phi_0 = LI(t) - (LI_c - s\Phi_0 + at) \quad (6.12)$$

We kunnen deze benaderend oplossen door $a = 0$ te stellen

$$\Phi_0 = LI_c(1 - e^{-\frac{R}{L}T_{sig}}) \quad (6.13)$$

$$\Rightarrow T_{sig} = -\frac{L}{R} \ln(1 - \frac{\Phi_0}{LI_c}) \quad (6.14)$$

$$\simeq \frac{\Phi_0}{RI_c} \quad (6.15)$$

In tabel 6.2 wordt het pieksignaal, de tijdsconstante L/R , en de duur van het signaal gegeven voor de gevallen uit tabel 5.6. We zien hier duidelijk de uitwisseling van grootte van het signaal voor de duur ervan.

6.1.4 Energie in het signaal

De sterkte van een signaal wordt eerder gekarakteriseerd door het kwadraat van zijn amplitude dan door zijn amplitude zelf, omdat het vermogen dat er potentieel kan uitgehaald worden, steeds evenredig is met dit kwadraat. De evenredigheidsfactor is afhankelijk van de belasting. In het algemeen is de amplitude van het signaal zelf ook afhankelijk van de belasting.

Als we de energie-inhoud van verschillende signalen willen vergelijken, is het zinvol ze te kwadrateren en te integreren over de tijd. We definiëren

$$E_{sig} = (U_a - U_{piek})^2 T_{sig}. \quad (6.16)$$

$$\simeq \left(\frac{L_{kern}}{L} \right)^2 RI_c \Phi_0 \quad (6.17)$$

als een maat voor de energie-inhoud van het signaal. Ook deze waarden werden uitgerekend in tabel 6.2.

Formule (6.17) leert ons dat we de energie-inhoud van ons signaal willekeurig hoog kunnen opdrijven door de ringdiameter (en dus de weerstand R) te vergroten terwijl we L_{kern}/L constant houden (ongeveer 1/2).

6.2. VERTRAGING VAN DE KERN

73

	$w = 100 \mu\text{m}; 50\text{nm chroom (luchtspleet)}$			
	$F = 1; A = 2$	$F = 2; A = 4$	$F = 3; A = 10$	$F = 6; A = 20$
	$d = 5$	$d = 5$	$d = 0$	$d = 0$
$U_a - U_{pick}$ (mV)	23	25	27	34
L/R (10^{-12} s)	309	286	246	253
T_{sig} (10^{-12} s)	0.042	0.040	0.035	0.081
E_{sig} (10^{-18} V ² s)	23	24	26	33

	$w = 100 \mu\text{m}; 200\text{nm chroom (luchtspleet)}$			
	$F = 1; A = 2$	$F = 2; A = 4$	$F = 3; A = 10$	$F = 6; A = 20$
	$d = 5$	$d = 5$	$d = 0$	$d = 0$
$U_a - U_{pick}$ (mV)	21	22	24	32
L/R (10^{-12} s)	112	106	95	122
T_{sig} (10^{-12} s)	0.042	0.040	0.035	0.028
E_{sig} (10^{-18} V ² s)	19	19	21	29

$$\mu_T = 50000$$

$$|0\rangle \rightarrow |-1\rangle$$

Tabel 6.2: Kenmerken van het geïdealiseerde uitgangssignaal (proces 3)

6.2 Vertraging van de kern

6.2.1 Beschrijving van het fenomeen

In de berekening van het uitgangssignaal werd geen rekening gehouden met de schakelsnelheid van de magnetische domeinen in het NiFe. Er werd steeds impliciet aangenomen dat deze de variatie in de stroom door de kwantumring ogenblikkelijk kunnen volgen. We zien dat de L/R tijdsconstante slechts tienden van een ns bedraagt (tabel 6.2).

De tijdsconstante voor het schakelen van de ferromagnetisch domeinen is waarschijnlijk groter dan dit. Dit wil zeggen dat wanneer de stroom al lang gezakt is tot beneden zijn kritieke waarde, de flux door de kernen nog steeds dezelfde is. De magnetische dipolen in de kernen vormen dus eigenlijk een soort van tijdelijke ingangsflux (tegengesteld aan de ingangsflux die we aanleggen met de ingangsring).

Als de ring opnieuw supergeleidend wordt, is haar totale flux opnieuw gekwantiseerd, dit keer met een fluxkwantum verschil van de vorige toestand.

Een gevolg van de vertraging van de kern is dus dat de stroom in kwantumring dieper zakt dan normaal verwacht. Hij zakt ook sneller, daar hij enkel de lekinductantie van de ring ervaart.

Ondertussen blijft de flux door de kernen langzaam zakken, zodat de super-

stroom (na overgang naar de supergeleidende toestand) langzaam maar zeker oploopt tot hij uiteindelijk zijn evenwichtswaarde bereikt.

Dit alles gebeurt in een tijdspanne gelijk aan de tijd die nodig is om de flux door de kwantumring een fluxkwantum te veranderen.

6.2.2 Schatting van de signaalsterkte

Als de magnetische domeinen in de uitgangskern de stroomvariatie in de kwantumring niet kunnen volgen, zal de tijdsconstante L/R overgenomen worden door de tijdsconstante voor het schakelen van de kern.

De uitdrukking voor het pieksignaal wordt dan:

$$U_a - U_{pick} = L_{kern} 2\pi \nu_{max} I_c \quad (6.18)$$

met ν_{max} de maximale frequentie volgens dewelke de ferromagnetische kern een sinusoidaal signaal kan volgen.

De duur van het signaal is dan ongeveer ($a = 0$):

$$T_{sig} \simeq \frac{L_{kern}}{L} \frac{\Phi_0}{(\frac{\partial \Phi_{uit}}{\partial t})_{max}} = \frac{\Phi_0}{L 2\pi \nu_{max} I_c} \quad (6.19)$$

Een maat voor de energie-inhoud wordt dan:

$$E_{sig} = (U_a - U_{pick})^2 T_{sig} \quad (6.20)$$

$$\simeq \frac{L_{kern}^2}{L} 2\pi \nu_{max} I_c \Phi_0 \quad (6.21)$$

In tabel 6.3 wordt de grootte en duur van het signaal uitgerekend voor een maximale frequentie van 1 megahertz². We zien dat, hoewel het signaal een orde grootte 1000 kleiner is geworden, de duur van het signaal een orde grootte 1000 is toegenomen. De uitwisseling signaalsterkte/signaalduur blijft dus gelden.

Hieruit kunnen we concluderen dat de energie-inhoud van het signaal kleiner wordt als we de vertraging van de kern in rekening brengen (daar $E_{sig} = (U_a - U_{pick})^2 T_{sig}$). Dit zien we ook als we tabel 6.3 vergelijken met tabel 6.2. Formule (6.17) geeft dus een limiet aan die in praktijk nooit bereikt zal worden.

De berekende waarden voor E_{sig} zijn erg klein geworden door het in rekening brengen van de kern. Stel dat dit signaal aangelegd wordt over een weerstand van 1 Ω , dan zal de gedissipeerde energie ongeveer een tiende van een eV bedragen. Het spreekt voor zich dat we zo een klein signaal waarschijnlijk nooit

²De werkelijke maximale frequentie van de kern ligt veel hoger, afhankelijk van de kwaliteit van het materiaal en de kerndimensies. Dit kan oplopen tot in het gigahertz gebied. De gegevens in tabel 6.3 kunnen bekeken worden als waardes per eenheid maximale frequentie (megahertz)

6.3. VOORSTELLEN TOT OPDRIJVEN VAN DE SIGNAALSTERKTE⁷⁵

	$w = 100 \mu\text{m}; 50\text{nm chroom (luchtspleet)}$			
	$F = 1; A = 2$	$F = 2; A = 4$	$F = 3; A = 10$	$F = 6; A = 20$
	$d = 5$	$d = 5$	$d = 0$	$d = 0$
$U_a - U_{pick}$ (mV)	0.045	0.044	0.042	0.054
T_{sig} (10^{-12} s)	22	22	23	17
E_{sig} (10^{-18} V ² s)	0,044	0,043	0,041	0,053

	$w = 100 \mu\text{m}; 200\text{nm chroom (luchtspleet)}$			
	$F = 1; A = 2$	$F = 2; A = 4$	$F = 3; A = 10$	$F = 6; A = 20$
	$d = 5$	$d = 5$	$d = 0$	$d = 0$
$U_a - U_{pick}$ (mV)	0.015	0.015	0.015	0.025
T_{sig} (10^{-12} s)	60	60	59	37
E_{sig} (10^{-18} V ² s)	0,013	0,013	0,012	0,022

$$\mu_r = 50000$$

$$\nu_{max} = 1 \text{ MHz}$$

$$|0\rangle \rightarrow |-1\rangle$$

Tabel 6.3: Uitgangssignaal beperkt door vertraging van de kern (proces 3)

zullen waarnemen. Ook als we in staat zijn de energie-inhoud van het signaal verschillende ordegroottes op te drijven, dan nog zal er zeer gespecialiseerde apparatuur nodig zijn om het signaal te kunnen meten.

Volgens (6.21) kunnen we de signaalsterkte willekeurig hoog opdrijven door de inductantie van de kern te verhogen.

6.3 Voorstellen tot opdrijven van de signaalsterkte

1. Maak een zo groot mogelijke kerninductantie, dus een zo groot mogelijke kern. Dit betekent een zo groot mogelijke d_{juk} , wat ook positief is voor het verminderen van B_{max} in de ingangskern. Het sluit wel de mogelijkheden uit die een luchtspleet ons biedt voor het verminderen van B_{max} .
2. Maak van de uitgangsring een planaire spoel, en het uitgangssignaal wordt vermenigvuldigd met N , het aantal windingen. De buitenste windingen van een planaire spoel vertegenwoordigen een grote impedantie, zodat op een bepaald moment het toevoegen van een extra winding niet langer voordelig is. Men kan dan overgaan op spoelen die uit meerdere lagen bestaan.
3. Als de kerndimensies het mogelijk maken, gebruik dan niobium i.p.v.

HOOFDSTUK 6. HET UITGANGSSIGNAAL

aluminium. Niobium heeft een 30 keer grotere I_c dan aluminium. De in- en uitgangsring worden best niet in niobium gemaakt, vanwege de slechte elektrische geleidbaarheid.

Hoofdstuk 7

Besluit

7.1 Resultaten

- Er werd een praktische omkadering gevonden voor de implementatie van het voorgestelde concept. Mogelijke procesopties werden uitgewerkt, en hun parameters geschat.
- Er werd aangetoond dat binnen de beschreven omkadering de vooropgestelde specificaties (paragraaf 2.7.1) haalbaar zijn.
- De dikte van de ferromagnetische kernen blijkt belangrijk te zijn. Dit zowel voor het gebruik van M.F.M. als meettechniek, als voor de coherentie tussen de bits van de uiteindelijke kwantumcomputer. Hiervoor kan gebruik gemaakt worden van een in hoofdstuk 3 voorgesteld proces (proces 3).
- Als de parameters van proces 3 met meer zekerheid bekend zijn, kan hieruit het definitieve maskerontwerp volgen, volgens de formules en werkwijze van hoofdstuk 4 en hoofdstuk 5.
- In tabel 5.6 werden enkele mogelijke ontwerpen voorgesteld, op basis van geschatte procesparameters.
- Het gebruik van niobium i.p.v. aluminium stelt minder zware eisen aan de meetopstelling (cryostaat), maar het stelt zwaardere eisen aan de minimale doorsnede van de kern, alsook aan de nodige breedte van de ingangsring.

Er werd een schatting gemaakt van het te verwachten uitgangssignaal. Uit deze schatting moeten we concluderen dat de energie-inhoud van het uitgangssignaal erg laag uitvalt, zeker als we de vertraging van de magnetische domeinen in de kern in rekening brengen.

7.2 Suggesties voor verder onderzoek

- Als we proces 3 willen gebruiken, moet er een galvanisatie-opstelling gevonden worden (om dikke lagen NiFe te kunnen afzetten).
- Alternatieven voor proces 3 moeten bekeken worden, bijvoorbeeld het opdampen van NiFe-lagen.
- In een volgende fase moeten er oplossingen gezocht worden om het uitgangssignaal op te voeren. In eerste instantie is dit zoeken naar een ferromagnetisch materiaal met goede AC karakteristieken, en het voorzien van grote kerninductanties. In tweede instantie kan dit het onderzoeken zijn van de mogelijkheden van (planaire) spoelen. Het gebruik van niobium als supergeleider leidt ook tot sterkere uitgangssignalen.

Bibliografie

- [1] P. Bastiaansen, *De Kwantumcomputer*, Natuur & Techniek 4 (1999).
- [2] Vandersypen et al., *Nature* 414, p883 (2001).
- [3] F. London and H. London, *Proc. Roy. Soc. (London)* A149, p72 (1935); *Physica* 2, p341 (1935).
- [4] J. Bardeen, L.N. Cooper, and J.R. Schrieffer, *Phys. Rev.* 106, p162 (1957); *Phys. Rev.* 108, p1175 (1957).
- [5] Geert Eneman, *Karakterisatie van een q-bit voor de kwantumcomputer in de vaste stof*, eindwerk K.U.Leuven (2002).
- [6] Steve Moshier, <http://www.moshier.net/index.html>
- [7] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* 5th edition, chapter 12: *Superconductivity*, John Wiley & Sons (1976).
- [8] Charles H. Bennett, *Quantum information and computation*, *Physics Today* October 1995, p24 (1995)
- [9] R. Belmans, K. Hameyer, *Elektrische energie, fundamente en toepassingen, deel IV: Transformatoren*, Garant (1999)